EXERCÍCIOS DA PRIMEIRA QUINZENA

Escolha um (apenas um) dos dois problemas abaixo para entregar até o dia **5 de abril**.

Problema 1. Resolva os itens a) e b) abaixo:

a) Usando o método de separação de variáveis, ache uma solução $u : [0,T] \times [0,1] \to \mathbb{R}$ do problema:

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\,(t,x) = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\,(t,x)\,, \quad (t,x) \in]0,T[\times]0,1[\\ u(t,0) = u(t,1) = 0, \;\; t \in]0,T] \\ u(0,x) = 2sen(\pi x) - 3sen(4\pi x), \;\; x \in]0,1[\\ \frac{\partial u}{\partial t}(0,x) = 0, \;\; x \in]0,1[\end{array} \right. .$$

OBS: Repita o procedimento feito em sala de aula.

b) Mostre que a série de Fourier da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(\theta) = sen^2(\theta)$ é dada por $\frac{1}{2}$-$\frac{1}{2}$cos(2θ). (Dica: Uma das formas de fazer isto é usar que $sen^2(\theta) = \left(\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}\right)^2$).

Problema 2. Resolva os itens a) e b) abaixo:

a) Usando o método de separação de variáveis, ache uma solução $u : [0,T] \times [0,\pi] \to \mathbb{R}$ do problema:

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial u}{\partial t}\,(t,x) = \frac{1}{10}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\,(t,x)\,, \quad (t,x) \in]0,T[\times]0,\pi[\\ \frac{\partial u}{\partial x}(t,0) = \frac{\partial u}{\partial x}(t,\pi) = 0, \;\; t \in]0,T] \\ u(0,x) = 3 - 4cos(2x), \;\; x \in]0,\pi[\end{array} \right. .$$

OBS: Repita o procedimento feito em sala de aula.

b) Mostre que a série de Fourier da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, 2π periódica, dada por

$$f(\theta) = \left\{ \begin{array}{c} -1, \;\; t \in]-\pi, 0[\\ 1, \;\; t \in [0,\pi] \end{array} \right. .$$

é a série dada por $\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{sen[(2n-1)\theta]}{2n-1}$.