1-) (3,0 pontos) Considere $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = e^{-x}x^3$. Esboce o gráfico de f, levando-se em conta os intervalos de crescimento e decrescimento, concavidade e limites em $\pm\infty$. Indique os pontos críticos e os pontos de inflexão.

$D_f = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^3}{e^x} = \lim_{x \to -\infty} \underbrace{x^3}_{\to -\infty} \cdot \underbrace{\frac{1}{e^x}}_{\to +\infty} = -\infty$$

e é > 0

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\overset{\to +\infty}{x^3}}{\underset{\to +\infty}{e^x}} \overset{L'H}{=} \lim_{x \to +\infty} \frac{\overset{\to +\infty}{3x^2}}{\underset{\to +\infty}{e^x}} \overset{L'H}{=} \lim_{x \to +\infty} \frac{\overset{\to +\infty}{6x}}{\underset{\to +\infty}{e^x}} \overset{L'H}{=} \lim_{x \to +\infty} \frac{6}{e^x} = 0$$

(Logo $y = 0$ é assíntota horizontal para $x \to +\infty$.)

$$f'(x) = -e^{-x}x^3 + 3x^2e^{-x} = e^{-x}(3x^2 - x^3) = \underbrace{e^{-x}x^2}_{\geq 0}(3 - x)$$

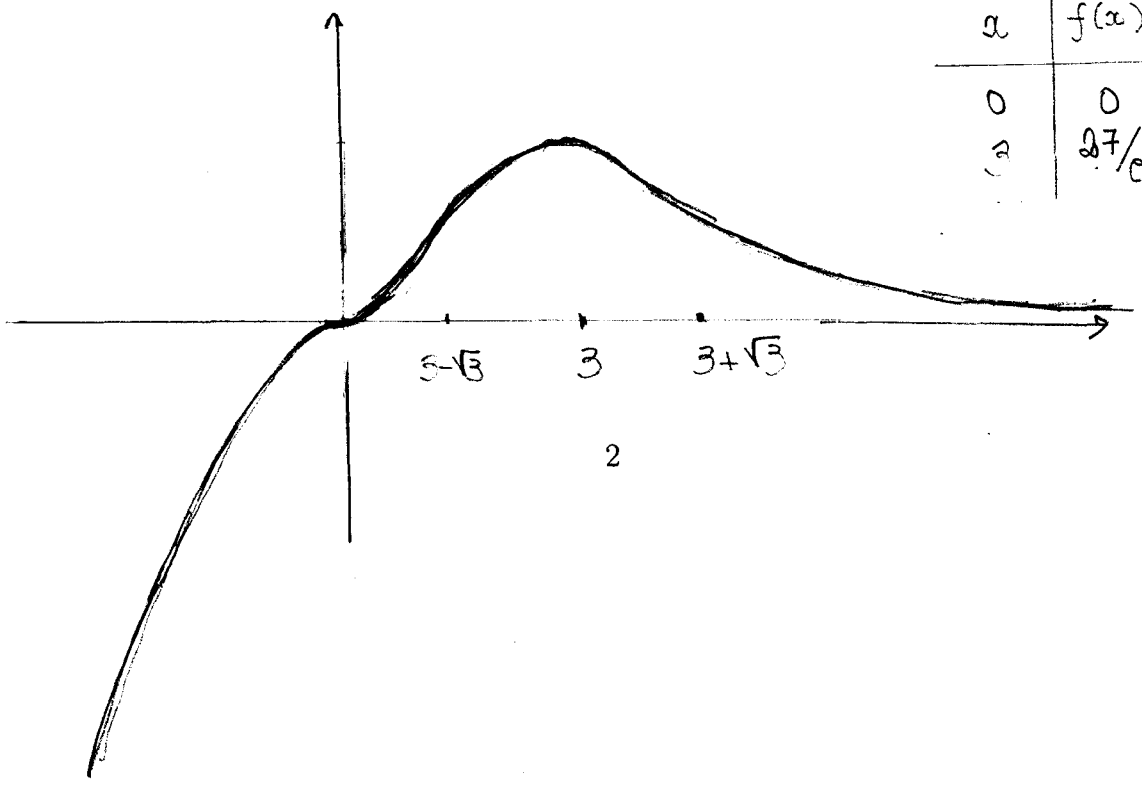
$+ + + \; 0 \; + + + \; 3 \; - - - -$

$\hookrightarrow$ pto de máx. local

$$f''(x) = -e^{-x}(3x^2 - x^3) + e^{-x}(6x - 3x^2) = e^{-x}(6x - 3x^2 - 3x^2 + x^3)$$

$$= x\underbrace{e^{-x}}_{>0}(x^2 - 6x + 6)$$

x	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
x^2-6x+6	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$-$	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$	$+$
f''	$-$	$-$	$-$			$+$	$+$	$3-\sqrt{3}$	$-$	$-$	$-$	$3+\sqrt{3}$	$+$	$+$	$+$

ptos de inflexão: 0, $3+\sqrt{3}$ e $3-\sqrt{3}$

x	$f(x)$
0	0
3	$27/e^3 > 1$