

**MAT2453 - POLI**  
**Gabarito - P2 - Questão 3**  
**Prova Tipo B**

- (a) Temos que  $(1 + 2x)^{1/\arctan x} = e^{\frac{\ln(1+2x)}{\arctan x}}$ . Além disso, pela regra de L'Hospital,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x)}{\arctan x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{2}{1+2x}}{\frac{1}{1+x^2}} = 2.$$

Logo,  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{1}{\arctan x}} = e^2$ .

- (b) Como  $f'(x) = 5x^4 + 3x^2 + 2 \geq 2$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ , segue que

$$g'(y) = \frac{1}{f'(g(y))} \leq \frac{1}{2},$$

para qualquer  $y \in \mathbb{R}$ . Pelo teorema do valor médio, concluímos que dados  $a, b \in \mathbb{R}$  com  $a < b$ , existe  $c \in (a, b)$  tal que

$$g(b) - g(a) = g'(c)(b - a) \leq \frac{1}{2}(b - a),$$

como queríamos.