INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
MAT-2453 — CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL PARA ENGENHARIA I
SEGUNDA LISTA DE EXERCÍCIOS - PROFESSOR: EQUIPE DA DISCIPLINA

---

1. Calcule a derivada de cada uma das funções abaixo:

(a) $f(x) = \dfrac{1}{2}(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x})$ (b) $f(x) = \dfrac{1}{2}(\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x})$ (c) $f(x) = \mathrm{e}^{\mathrm{e}^x}$

(d) $f(x) = x^{\mathrm{e}} + \mathrm{e}^x$ (e) $f(x) = \mathrm{e}^{1/x^2} + \dfrac{1}{\mathrm{e}^{x^2}}$ (f) $f(x) = x^2\mathrm{e}^{\operatorname{arctg} x}$

(g) $f(x) = (\ln x)^2 + (1 + 2^{x^3})^x$ (h) $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$ (i) $f(x) = x^\pi + \pi^x$

(j) $f(x) = 2^{x^2} + 3^{2x}$ (k) $f(x) = \ln(\operatorname{arctg} x)$ (l) $f(x) = (1 + \cos^2 x)^{\operatorname{sen} x}$

(m) $f(x) = (\mathrm{e}^x + 3x)^{\operatorname{arcsen}(x^2)}$ (n) $f(x) = (3 + \cos x)^{\operatorname{tg}(x^2)}$ (o) $f(x) = \dfrac{\ln(x^3 + 2^{x^3})}{x^2 + \mathrm{e}^{\cos x}}$

(p) $f(x) = (x^2+1)^{\operatorname{sen}(x^5)}$ (q) $f(x) = \ln\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$ (r) $f(x) = (1 + \operatorname{arctg} x^2)^{1/x^4}$

Observação 0.1. As funções (a) e (b) são chamadas, respectivamente, de cosseno hiperbólico e de seno hiperbólico e são denotadas, respectivamente, por cosh e senh. Verifique que

$$\cosh^2(x) - \operatorname{senh}^2(x) = 1, \quad \cosh'(x) = \operatorname{senh}(x) \quad \text{e} \quad \operatorname{senh}'(x) = \cosh(x), \text{para todo } x \in \mathbb{R}.$$

2. Use o TVM para provar as seguintes desigualdades:

(a) $|\operatorname{sen} b - \operatorname{sen} a| \le |b - a|$, para todos $a, b \in \mathbb{R}$.

(b) $|\sqrt{a} - \sqrt{b}| \le \frac{1}{2}|a - b|$, para todos $a, b \in \mathbb{R}$, com $a \ge 1$ e $b \ge 1$.

(c) $\left|\ln \frac{a}{b}\right| \le |a - b|$, para todos $a, b \in \mathbb{R}$, com $a \ge 1$ e $b \ge 1$.

(d) $b^b - a^a > a^a(b - a)$, para todos $a, b \in \mathbb{R}$ com $1 \le a < b$.

(e) $\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^y \ge x - y$, para todos x, y com $x \ge y \ge 0$.

3. Sejam $f(x) = x^3 + 5x - 6$ e g a função inversa de f. Admitindo que g e g' são deriváveis, calcule g' e g'' em termos de g. Determine $g''(0)$.

4. Sejam $f(x) = x^3 + \ln x$, $x > 0$ e g a função inversa de f. Admitindo que g é derivável, calcule g' em termos de g. Determine $g'(1)$.

5. Sejam I um intervalo de $\mathbb{R}$ com $0 \in I$ e $f : I \to \mathbb{R}$ uma função injetora tal que $(x, f(x))$ é solução da equação $y^5 + y\mathrm{e}^x + 3x\mathrm{e}^{y+1} + 2 = 7\operatorname{sen} x$, para todo $x \in I$. Seja g a inversa de f. Supondo que f e g são funções deriváveis, determine a equação da reta tangente ao gráfico de g no ponto de abscissa -1.

6. Seja $h(x) = 2x + \cos x$. Mostre que h é bijetora e, admitindo h^{-1} derivável, determine $(h^{-1})'(1)$.

7. Seja $f(x) = x^5 + x^3 + 2x + 1$ e seja g a sua inversa. Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ com $a < b$. Mostre que

$$g(b) - g(a) \le \frac{1}{2}(b - a).$$

8. Seja f uma função derivável no intervalo $]-1, +\infty[$ tal que $f(0) = 0$ e $0 < f'(x) \le 1$, para todo $x > 0$. Mostre que $0 < f(x) \le x$, para todo $x > 0$.

9. Mostre que $f(x) = (1 + x)^{1/x}$ é estritamente decrescente em $]0, +\infty[$. Conclua que

$$(1 + \pi)^{\mathrm{e}} < (1 + \mathrm{e})^\pi.$$

10. Prove as seguintes desigualdades:

(a) $2\sqrt{x} > 3 - \dfrac{1}{x}$, para todo $x > 1$ (b) $\mathrm{e}^\pi > \pi^{\mathrm{e}}$

(c) $\dfrac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} a} > \dfrac{b}{a}$, para $0 < a < b < \dfrac{\pi}{2}$ (d) $x - \dfrac{x^3}{3!} < \operatorname{sen} x < x - \dfrac{x^3}{3!} + \dfrac{x^5}{5!}$, para $x > 0$

(e) $\sqrt{1+x} < 1 + \dfrac{x}{2}$, para $x > 0$. (f) $2x \operatorname{arctg} x > \ln(1 + x^2)$, para $x > 0$.

(g) $\dfrac{\ln b}{b} - \dfrac{\ln a}{a} \le \dfrac{b - a}{a^2}$, para $1 \le a < b \le \mathrm{e}$.

11. Seja f derivável em $\mathbb{R}$ e seja g dada por $g(x) = \dfrac{f(x)}{x}$, $x \neq 0$. Suponha que x_0 seja um ponto crítico da função g. Prove que $x_0 f'(x_0) - f(x_0) = 0$ e que a reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa x_0 passa pela origem.

12. Calcule, caso exista

(a) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{1}{2}^-} \frac{\ln(1-2x)}{\operatorname{tg}(\pi x)}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x^{100}}{\sqrt[5]{x}}$ (c) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{\operatorname{cotg} x}$

(d) $\displaystyle\lim_{x\to 1^+} (\ln x)^{x-1}$ (e) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{e^{2x}}$ (f) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x e^x}{e^{x^2}}$

(g) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} x^p \ln x,\ p>0$ (h) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} x\operatorname{sen}\left(\frac{p}{x}\right)$ (i) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{1-\cos x} - \frac{2}{x^2}\right)$

(j) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{e^x-1}\right)$ (k) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} (x\operatorname{sen} x)^{\operatorname{tg} x}$ (l) $\displaystyle\lim_{x\to 0}(e^x+3x)^{\frac{1}{x}}$

(m) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} x^{\operatorname{tg}(x^2)}$ (n) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{x} + \ln x\right)$ (o) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{arctg}(2x^2)}{\ln(1+3x^2)}$

(p) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x \operatorname{arctg} x}$ (q) $\displaystyle\lim_{x\to 0}(1+5x)^{\frac{3}{x}}$ (r) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x\operatorname{sen} x + 2x^2}{e^x + e^{-x} - 2}$

(s) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+} (\operatorname{tg} x \sec x - \sec^2 x)$ (t) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{6x+1}{6x-1}\right)^x$ (u) $\displaystyle\lim_{x\to 0}(1+\operatorname{sen} 2x)^{\frac{1}{\operatorname{sen} x}}$

(v) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} (\operatorname{sen} x)^{\frac{1}{\ln x}}$ (w) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} (1+3x)^{\frac{1}{\operatorname{arctg}(2x)}}$ (x) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} (1-\cos x)^x$

(y) $\displaystyle\lim_{x\to 1^-} (2-x)^{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{2}\right)}$ (z) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\ln(x+3)^{x+4} - \ln(x+2)^{x+4}\right)$.

13. No seu livro de Cálculo de 1696, L'Hospital ilustrou sua regra com o cálculo do seguinte limite:

$$\lim_{x\to a} \frac{\sqrt{2a^3x - x^4} - a\sqrt[3]{a^2x}}{a - \sqrt[4]{ax^3}}$$

sendo $a > 0$ um número fixado. Calcule este limite.

14. Determine $c \in \mathbb{R}$ para que a função $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + c$ tenha uma única raiz real.

15. Para que valores de $k \in \mathbb{R}$ a equação $2x^3 - 9x^2 + 12x = k$ tem três soluções reais distintas?

16. Seja $f(x) = x^7 + \pi x^3 - 8x^2 + ex + 1$. Quantas são as soluções reais distintas tem da equação $f''(x) = 0$? Mostre que a equação $f(x) = 0$ tem exatamente três soluções reais distintas.

17. Seja $g(x) = e^{3x} + 8x - \operatorname{sen}(\pi x)$. Mostre que g tem exatamente uma raiz real (isto é, g se anula uma única vez) e localize-a entre dois inteiros consecutivos.

18. Seja $f(x) = (x+6)e^{1/x}$. Para quais valores de k a equação $f(x) = k$ tem exatamente duas soluções reais?

19. Suponha $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ contínua e $0 \le f(x) \le 1$, para todo $x \in [0,1]$. Prove que existe $c \in [0,1]$ tal que $f(c) = c$.

20. Prove que existe um único $c \in \mathbb{R}$ tal que $\cos(\frac{c\pi}{2}) = 2 - 3c$.

21. Prove que, se p é um polinômio, então a equação $e^x - p(x) = 0$ não pode ter infinitas soluções reais.

22. Suponha $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ contínua, $f(0) = 1$ e $f(x)$ um número racional para todo $x \in [0,1]$. Prove que $f(x) = 1$, para todo $x \in [0,1]$.

23. Seja f um polinômio de grau 3, com três raízes reais distintas. Mostre que f tem um ponto de inflexão, que é a média aritmética das três raízes.

24. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivável e com um único ponto crítico x_0. Prove que, se x_0 for ponto de mínimo (máximo) local de f, então x_0 será o único ponto de mínimo (máximo) global de f.

25. Sejam $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivável e $a, b \in \mathbb{R}$ tais que $f(a) = f(b) = 0$. Mostre que se $f'(a)f'(b) > 0$, então existe c entre a e b tal que $f(c) = 0$.

26. Determine todos os números positivos a tais que a curva $y = a^x$ corta a reta $y = x$.

27. Sejam I um intervalo aberto e $f : I \to \mathbb{R}$ uma função derivável.

(a) Mostre que se $a, b \in I$, com $a \le b$, então para todo y entre $f'(a)$ e $f'(b)$, existe $x \in [a,b]$ tal que $f'(x) = y$. (Não supomos f de classe $\mathcal{C}^1$. Estude máximos e mínimos de $\phi(x) = f(x) - yx$ em $[a,b]$.)

(b) Conclua que não existe função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, derivável, tal que $f'(0) = 1$ e $f'(x) = 0$ para todo $x \neq 0$.

(c) Determine uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, derivável em todo ponto, tal que f' não seja contínua.

28. Determine, caso exista, a constante a para que $f(x) = x^2 + \dfrac{a}{x}$ tenha:

(a) um ponto de mínimo local em $x = 2$.

(b) um ponto de mínimo local em $x = -3$.

Mostre ainda que, para qualquer valor de a, a função f não terá um ponto de máximo local.

29. Seja f uma função cuja derivada tem o gráfico esboçado na figura 1 abaixo:

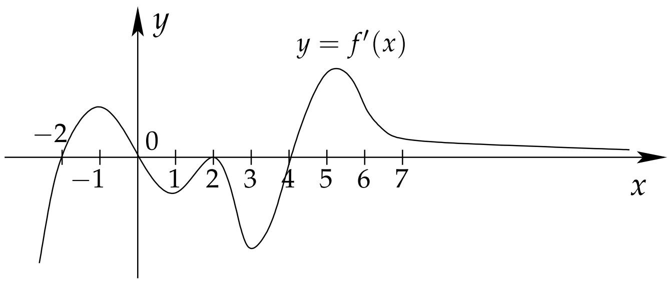

FIGURA 1. Gráfico de f' para a questão 29

Em que intervalos f é crescente ou decrescente? Para quais valores x_0 a função f tem um ponto máximo local em x_0 ou um ponto mínimo local em x_0? Em que intervalos f tem concavidade para cima ou para baixo? Ache os pontos de inflexão de f. Admitindo que $f(0) = 0$, faça um esboço do possível gráfico de f.

30. Esboce o gráfico das funções abaixo e dê as equações das assíntotas, quando existirem.

(a) $f(x) = x^4 + 2x^3 + 1$ (b) $f(x) = 3 + \dfrac{x}{x^2+1}$ (c) $f(x) = \dfrac{2x^2+3x-8}{x+2}$

(d) $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2-1}$ (e) $f(x) = \dfrac{x^3}{(x-1)^2}$ (f) $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$

(g) $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$ (h) $f(x) = x - 5\ln(x+2) - \dfrac{6}{x+2}$ (i) $f(x) = \operatorname{arctg}(\ln x)$

(j) $f(x) = x^2 \ln x$ (k) $f(x) = \dfrac{e^{-1/x}}{x}$ (l) $f(x) = (3 - \dfrac{6}{x})e^{2/x}$

(m) $f(x) = \dfrac{8\ln(x+3)}{(x+3)^2}$ (n) $f(x) = \ln(2x) - \ln(3x^2+3)$ (o) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$

(p) $f(x) = e^x - e^{3x}$ (q) $f(x) = \sqrt[3]{x(x-1)^2}$ (r) $f(x) = x^x$

31. Seja $f(x) = \dfrac{4x+5}{x^2-1}$. Prove que f tem exatamente um ponto de inflexão e que esse ponto pertence ao intervalo $]-3, -2[$. Esboce o gráfico de f.

32. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função derivável e seja $a \in \mathbb{R}$ fixado. Verifique se as afirmações abaixo são **verdadeiras** ou **falsas**. Justifique.

(a) Se $f'(x) > 0$, para todo $x > a$, então $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

(b) Se f é derivável até segunda ordem e, para todo $x > a$, temos $f'(x) > 0$ e $f''(x) > 0$, então $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

(c) Se $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x) = 0$, então $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L \in \mathbb{R}$.

(d) Se existe uma assíntota para f (quando $x \to +\infty$) com coeficiente angular m e se $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x) = L$, então $L = m$.

(e) Se $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x) = m \in \mathbb{R}$, $m \neq 0$, então f tem uma assíntota com coeficiente angular igual a m.

33. (a) Ache o ponto de mínimo de $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$ no intervalo $]0, +\infty[$.

(b) Prove que $\dfrac{e^{a+b}}{ab} \geq e^2$, para todos $a > 0$ e $b > 0$.

34. (a) Esboce o gráfico de $f(x) = x^2e^{-x}$.

(b) Determine, em função de k, o número de soluções reais da equação $ke^x = x^2$.

35. Achar os valores máximo e mínimo de:

(a) $f(x) = \operatorname{sen} x - \cos x$, $x \in [0, \pi]$ (b) $f(x) = \sqrt{3 + 2x - x^3}$, $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$.

(c) $f(x) = \dfrac{1}{x} + \ln x$, $\frac{1}{2} \leq x \leq 4$. (d) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 2x^2}$, $-1 \leq x \leq 2$.

(e) $f(x) = |x^4 - 2x^3|$, $0 \leq x \leq 3$.

36. Seja $f(x) = 5x^2 + \dfrac{a}{x^5}$, $x > 0$, onde $a > 0$. Ache o menor valor de a para o qual tem-se $f(x) \geq 28$ para todo $x > 0$.

37. Qual é o menor valor de $a \in \mathbb{R}$ para o qual a desigualdade $ax + \dfrac{1}{x} \geq 2\sqrt{2}$ é válida para todo $x > 0$?

38. Latas cilíndricas fechadas devem ser feitas com um volume V especificado.

(a) Qual é a razão entre a altura e o diâmetro da base que minimiza a quantidade de metal gasto para fazer a lata?

(b) Por que as latas encontradas no mercado não são em geral como em (a)? Em geral o metal vem em uma chapa retangular. Não há desperdício envolvido em cortar a chapa que formará a superfície lateral, mas as tampas devem ser cortadas de uma peça quadrada, e as sobras, são desprezadas (ou então recicladas). Ache, neste caso, a razão entre a altura e o diâmetro de uma lata de volume V que minimiza o custo do material utilizado para fazer a lata.

39. Determine o cone circular reto de maior volume que pode ser inscrito numa esfera de raio 3.

40. Deseja-se construir uma esfera e um cubo de modo que a soma das áreas de suas superfícies seja igual a 2. Determine o raio da esfera que maximiza e o que minimiza a soma de seus volumes.

41. Um triângulo isóceles está circunscrito a um círculo de raio R. Se x é a altura do triângulo, mostre que sua área é mínima quando $x = 3R$.

42. Um cilindro é obtido girando-se um retângulo ao redor do eixo x, onde a base do retângulo está apoiada. Seus vértices superiores estão sobre a curva $y = \frac{x}{x^2+1}$. Qual é o maior volume que tal cilindro pode ter?

43. Sejam r e s duas retas paralelas com a distância entre elas igual 2. Fixe um ponto C sobre a reta s. Fixe dois pontos A e B sobre a reta r de modo que a distância entre os pontos A e B seja 1. É possível encontrar um ponto D na reta s, de modo que o segmento BD intercepte o segmento AC em um ponto P de forma que a soma das áreas dos triângulos ABP e DCP seja mínima? E seja máxima? Nos casos em que a resposta for afirmativa, determine a altura h do triângulo ABP.

44. Sejam $a, b > 0$. Determine, caso exista, o perímetro mínimo dos triângulos de base b e altura (relativa à base dada) a.

45. Um papel de filtro circular de raio a deve ser transformado em um filtro cônico cortando um setor circular e juntando as arestas CA e CB (ver figura 2A). Ache a razão entre o raio e a profundidade do filtro de capacidade máxima.

46. Para ir de um ponto A a um ponto B diametralmente oposto de uma piscina circular de 10m de diâmetro, uma pessoa pode caminhar (com velocidade constante) pela borda da piscina até um ponto C e nadar (com velocidade constante) em linha reta até o ponto B (veja a figura 2B). Seja α o ângulo AOC. Sabendo que ela pode caminhar duas vezes mais rápido do que pode nadar, determine, em termos de α, as trajetórias que o levam ao seu destino no maior e no menor tempo. (OBSERVAÇÃO. Considere que a pessoa pode somente caminhar ou somente nadar.)

47. Um reservatório tem fundo horizontal e seção transversal como se mostra na figura 2C. Achar a inclinação dos lados com a vertical de modo a obter a máxima capacidade.

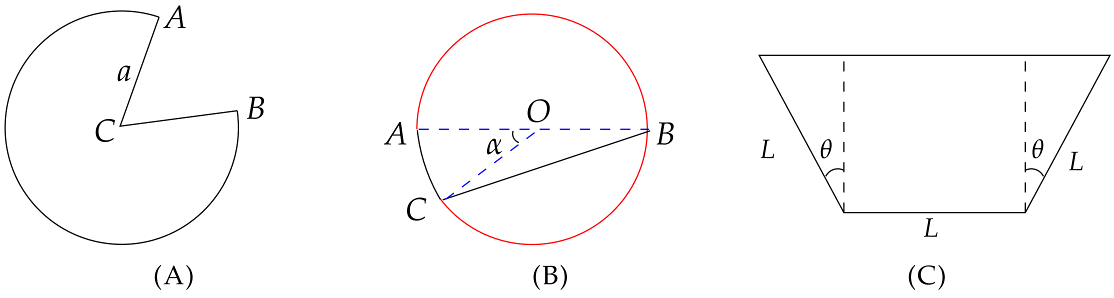

FIGURA 2. Figuras para as questões 45, 46 e 47.

48. Um muro de 2 metros de altura está a 1 metro de distância da parede lateral de um prédio. Qual o comprimento da menor escada cujas extremidades se apóiam uma na parede, e outra no chão do lado de fora do muro?

49. Sabe-se que $g(x) = x + e^{x^2}$ é uma primitiva de f.
(a) Prove que f é estritamente crescente em $\mathbb{R}$.
(b) Prove que f tem um único ponto fixo, isto é, existe um único $c \in \mathbb{R}$ tal que $f(c) = c$.

50. Seja k um número real. Prove que todas as funções $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tais que $f'(x) = kf(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$ são da forma ce^{kx}, com $c \in \mathbb{R}$.

51. Calcule a área da região compreendida entre os gráficos da funções $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ e $g(x) = 1 - \frac{x^2}{5}$ e as retas $x = 0$ e $x = 3$.

52. Esboce a região $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2 - 1, y \leq x + 1 \text{ e } y = -3x^2 - 3x - 2\}$ e calcule sua área.

53. Determine $m > 0$ para que a área delimitada por $y = x^2$, $y = x^2/2$ e a reta $y = mx$ seja igual a 4.

54. Calcule a área da região plana delimitada pela curva $y = x^3 - x$ e por sua reta tangente no ponto de abscissa $x = 1$.

55. Calcule $\int_0^1 x + \sqrt{1 - x^2}\, dx$, interpretando-a como uma área.

Exercícios Complementares

56. Deve-se construir uma estrada ligando uma fábrica A a uma ferrovia que passa por uma cidade B, veja figura 3A. Assumindo-se que a estrada e a ferrovia sejam ambas retilíneas, e que os custos de frete por unidade de distância sejam m vezes maiores na estrada do que na ferrovia, encontre o ângulo α a que a estrada deve ser conectada à ferrovia de modo a minimizar o custo total do frete da fábrica até a cidade. Assuma $m > 1$.

57. Um corpo de peso $\vec{P}$ apoiado sobre um plano horizontal deve ser deslocado horizontalmente pela aplicação de uma força $\vec{F}$, de intensidade F, conforme figura 3B. Qual o ângulo α com a horizontal deve formar a força para que a intensidade da mesma necessária para mover o corpo seja mínima, admitindo coeficiente de atrito $\mu > 0$?

Observação 0.2. Para cada $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$ fixo, o valor mínimo de intensidade da força $\vec{F}$ para movimentar o bloco é tal que a diferença entre a componente horizontal de $\vec{F}$ e a força de atrito $\vec{R}$ seja positiva, ou seja, $F \cos \alpha - \mu(P - F \operatorname{sen} \alpha) \geq 0$.

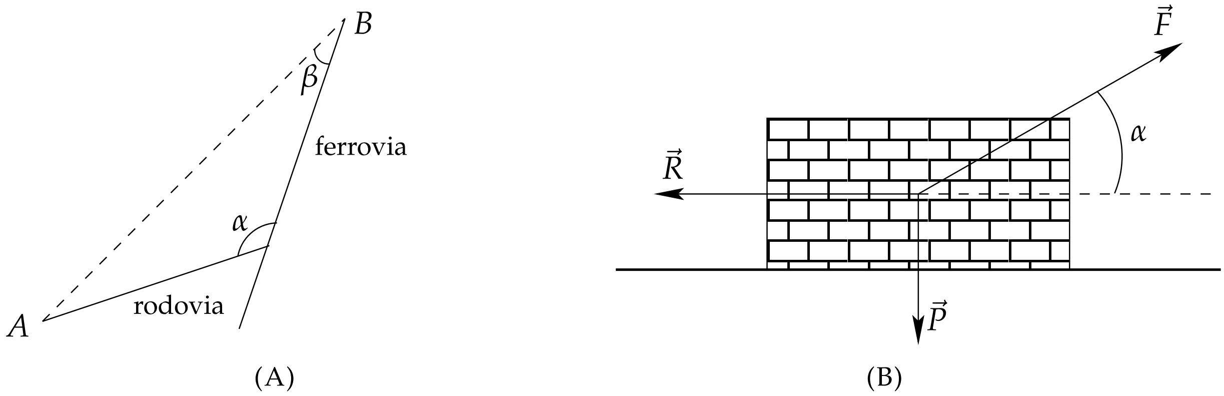

FIGURA 3. Figura para as questões 52 e 53.

58. (LEI DE REFRAÇÃO DE SNELLIUS) Admita válido o *princípio de Fermat*, segundo o qual "a trajetória dos raios de luz é aquela que minimiza o tempo de percurso".

Sejam $P \in \mathbb{R}^2$ um ponto no semi-plano superior e $Q \in \mathbb{R}^2$ um ponto no semi-plano inferior, ambos fixados (vide figura 4). Uma partícula vai de P a um ponto $M = (x, 0)$ sobre o eixo Ox com velocidade constante u e movimento retilíneo; em seguida, vai de M até Q com velocidade constante v, também em movimento retilíneo. Seja $T : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que, para todo $x \in \mathbb{R}$, $T(x)$ é o tempo de percurso de P a Q. Mostre que T possui um único ponto de mínimo $x_0 \in \mathbb{R}$. Verifique que $x_0 \in (0, b)$ e que, se $x = x_0$, então $v \operatorname{sen} \alpha = u \operatorname{sen} \beta$.

Observação 0.3. A *lei da reflexão plana* também pode ser obtida como conseqüência do mesmo princípio.

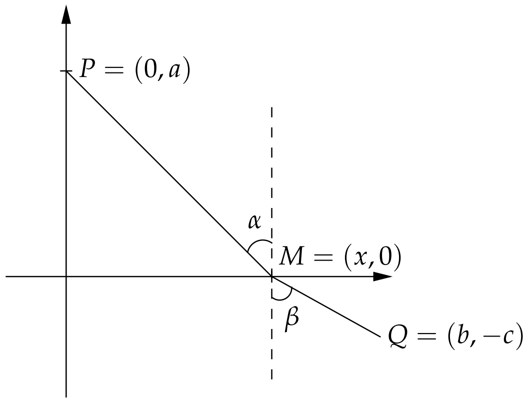

FIGURA 4. Figura para a questão 54.

59. Um corredor de largura a forma um ângulo reto com um segundo corredor de largura b. Uma barra longa, fina e pesada deve ser empurrada do piso do primeiro corredor para o segundo. Qual o comprimento da maior barra que pode passar a esquina?

60. Sabe-se que a intensidade da força de atração entre duas partículas é dada por $F = \dfrac{Cm_1m_2}{d^2}$, onde C é uma constante, m_1 e m_2 são as massas das partículas e d é a distância entre elas. Uma barra linear homogênea de massa $M_1 = 18$Kg e uma massa pontual $M_2 = 2$Kg estão dispostas sobre um mesmo eixo. Calcule a intensidade da força de atração entre as duas massas.

RESPOSTAS

3. $g''(0) = -\frac{3}{256}$.
4. $g'(1) = \frac{1}{4}$.
5. $5y = 6x + 6$.
6. $\frac{1}{2}$.
12. (a) 0; (b) 0; (c) 0; (d) 1; (e) 0; (f) 0; (g) 0; (h) p; (i) $\frac{1}{6}$; (j) 1; (k) 1; (l) e^4; (m) 1; (n) $+\infty$; (o) $\frac{2}{3}$; (p) 1; (q) e^{15}; (r) 3; (s) $-\frac{1}{2}$; (t) $\sqrt[3]{e}$; (u) e^2; (v) e; (w) $e^{3/2}$; (x) 1; (y) $e^{2/\pi}$; (z) 1.
13. $\frac{16}{9}a$.
14. $c < -27$ ou $c > 5$.
15. $4 < k < 5$.
16. $f''(x) = 0$ tem solução real única.
17. Raiz em $]0, -1[$.
18. $0 < k < 4e^{-1/2}$ ou $k > 9e^{1/3}$.
26. $a \le e^{\frac{1}{e}}$.
28. (a) $a = 16$; (b) $a = -54$.
32. Verdadeiras: (b) e (d).
33. $x_0 = 1$.
34. não há soluções se $k < 0$; uma solução se $k = 0$ ou $k > \frac{4}{e^2}$; duas soluções se $k = \frac{4}{e^2}$ e três soluções se $0 < k < \frac{4}{e^2}$.
35. (a) -1 e $\sqrt{2}$; (b) $\sqrt{\frac{17}{8}}$ e $\sqrt{3+\sqrt{\frac{32}{27}}}$; (c) $\frac{1}{4} + \ln 4$ e 1; (d) $\sqrt[3]{-3}$ e 0; (e) 0 e 27.

36 $a = 2^8$.
37 $a = 2$.
38 (a) 1; (b) $\frac{4}{\pi}$.
39 Altura: 4; raio: $2\sqrt{2}$.
40 Maximiza: $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$; minimiza: $\frac{1}{\sqrt{2\pi+12}}$.
42 $\frac{\pi}{4}$.
43 Soma mínima: $h = \sqrt{2}$. A soma não pode ser máxima.
44 $b + \sqrt{b^2 + 4a^2}$.
45 $\sqrt{2}$.
46 Menor tempo: $\alpha = \pi$; maior tempo: $\alpha = \pi/3$.
47 $\theta = \frac{\pi}{6}$.
48 $(1 + \sqrt[3]{4})^{3/2}$.
51 $\frac{1}{2}$.
52 $\frac{107}{24}$.
53 $m = 2$.
54 $\frac{8}{5}$.
55 $\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}$.
56 $\pi - \max\{\beta, \arccos(\frac{1}{m})\}$.
57 $\operatorname{arctg} \mu$.
59 $(a^{2/3} + b^{2/3})^{3/2}$.
60 $\frac{4C}{3}$.