**Questão 3.** (2,0 pontos) Sejam $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, em que $a, b, c \in \mathbb{R}$, e $g(x) = 5 - 3\operatorname{sen} x$. Determine $a, b$ e $c$ sabendo que $f$ e $g$ possuem mesma reta tangente no ponto de abscissa 0 e que o ponto $(0, -3)$ pertence à reta tangente ao gráfico de $f$ no ponto de abscissa 2.

Como $f$ e $g$ possuem mesma reta tangente no ponto de abscissa 0,

temos que $f(0) = g(0)$ e $f'(0) = g'(0)$.

Mas $g(0) = 5$ e $f(0) = c$. Logo, $c = 5$.

$g'(x) = -3\cos x$ e, portanto, $g'(0) = -3$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ e, portanto, $f'(0) = b$

Temos então que $b = -3$ e $f(x) = x^3 + ax^2 - 3x + 5$.

Daí, a reta tangente ao gráfico de $f$ no ponto de abscissa 2

tem equação $y - f(2) = f'(2)(x-2)$, ou seja,

$$y - (a \cdot 4 + 7) = (9 + 4a)(x-2).$$

Como o ponto $(0,-3)$ pertence a esta reta, temos que

$$-3 - (4a + 7) = (9 + 4a) \cdot (-2)$$

donde segue que $a = -2$.

Temos portanto que $a = -2$, $b = -3$ e $c = 5$.