

2. (2,0) Esboce o gráfico de $f(x) = \frac{x^2-4}{(x-1)^2}$, determinando o seu domínio, os intervalos de crescimento e decrescimento, a concavidade e calculando todos os limites necessários.

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-4}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-4}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-4}{(x-1)^2} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2-1}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2(1-\frac{1}{x^2})}{x^2(1-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2})} = 1$$

Axíntota $x=1$ é uma assíntota vertical e a reta $y=1$ é uma assíntota horizontal.

$$f'(x) = \frac{2x(x-1)^3 - (x^2-4) \cdot 2(x-1)}{(x-1)^4} = \frac{2(4-x)}{(x-1)^3}$$

$$\begin{array}{ccccccc} f' & - & - & + & + & + & + \\ & \searrow & & \nearrow & & & \searrow \end{array}$$

$$f''(x) = \frac{2[(-1)(x-1)^3 - (4-x)3(x-1)^2]}{(x-1)^6} = \frac{2(2x-11)}{(x-1)^4}$$

$$\begin{array}{ccccccc} f'' & - & - & + & + & + & + \\ & \searrow & & \nearrow & & & \searrow \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} f & - & - & + & + & + & + \\ & \searrow & & \nearrow & & & \searrow \end{array}$$

x	$f(x)$
± 2	0
4	$12/4 = 4/3$
$11/2$	$95/37 < 4/3$
0	-4

