

3. (1,5 ponto) Determine $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ de modo que as retas tangentes ao gráfico de

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

sejam $y = 14x - 13$ no ponto $(1, 1)$ e $y = -2x - 5$ no ponto $(-1, -3)$.

Temos que

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c.$$

Como a reta $y = 14x - 13$ tangencia o gráfico de f no ponto $(1, 1)$ temos que $f(1) = 1$ e $f'(1) = 14$, de onde obtemos as equações

$$a + b + c + d = 1 \text{ e } 3a + 2b + c = 14$$

e, usando que a reta $y = -2x - 5$ tangencia o gráfico de f em $(-1, -3)$, vem que $f(-1) = -3$ e $f'(-1) = -2$, de onde obtemos as outras equações

$$-a + b - c + d = -3 \text{ e } 3a - 2b + c = -2.$$

Resolvendo o sistema, determinamos que $a = 2$, $b = 4$, $c = 0$ e $d = -5$.