

3. (1,5 ponto) Determine $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ de modo que as retas tangentes ao gráfico de

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

sejam $y = 13x - 9$ no ponto $(1, 4)$ e $y = 5x + 7$ no ponto $(-1, 2)$.

Temos que

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c.$$

Como a reta $y = 13x - 9$ tangencia o gráfico de f no ponto $(1, 4)$ temos que $f(1) = 4$ e $f'(1) = 13$, de onde obtemos as equações

$$a + b + c + d = 4 \text{ e } 3a + 2b + c = 13$$

e, usando que a reta $y = 5x + 7$ tangencia o gráfico de f em $(-1, 2)$, vem que $f(-1) = 2$ e $f'(-1) = 5$, de onde obtemos as outras equações

$$-a + b - c + d = 2 \text{ e } 3a - 2b + c = 5.$$

Resolvendo o sistema, determinamos que $a = 4$, $b = 2$, $c = -3$ e $d = 1$.