(3,5) **Questão 1.**

a) Encontre o ponto de mínimo de $g(x) = 3x^2 + 1 - \ln x$ e conclua que $g(x) > 0$, para todo $x \in]0, +\infty[$;

b) Esboce o gráfico de $f(x) = 3x + \dfrac{\ln x}{x}$, determinando seu domínio, os intervalos de crescimento e de decrescimento de f, concavidades e assíntotas (caso existam).

a) $g'(x) = 6x - \frac{1}{x} = \frac{6x^2-1}{x}$ e $g'(x) = 0 \Rightarrow 6x^2 = 1 \overset{x>0}{\Longrightarrow} x = \frac{1}{\sqrt{6}}$

	0	$1/\sqrt{6}$
g'	$-$	$+$
g	$\searrow$	$\nearrow$

g é estritamente decrescente em $]0, 1/\sqrt{6}]$ e estritamente crescente em $[1/\sqrt{6}, +\infty[$. Logo, $x = 1/\sqrt{6}$ é ponto de mínimo global

Como $g\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right) = \frac{3}{2} - \underbrace{\ln \frac{1}{\sqrt{6}}}_{<0} > 0$, temos que $g(x) > 0$, $\forall x > 0$.

b) $\text{dom} f =]0, +\infty[$

<u>cresc./decresc.</u>: $f'(x) = 3 + \frac{1 - \ln x}{x^2} = \frac{3x^2 + 1 - \ln x}{x^2} > 0$, pelo item a)

Portanto, f é estritamente crescente

<u>concavidade</u>: $f''(x) = \frac{-\frac{1}{x} \cdot x^2 - (1 - \ln x) \cdot 2x}{x^4} = \frac{2\ln x - 3}{x^3}$

$f''(x) = 0$ se $x = e^{3/2}$

	0	$e^{3/2}$
f''	$-$	$+$
f	$\cap$	$\cup$

$\left(e^{2/3}, 3e^{2/3} + \frac{2}{3e^{2/3}}\right)$ é ponto de inflexão

<u>assíntotas</u>:

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} \overset{0}{\cancel{3x}} + \frac{\overset{-\infty}{\ln x}}{\underset{0^+}{x}} = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} 3 + \frac{\ln x}{x^2} = 3 \ (= m)$

$\left(\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^2} \underset{L'H}{\overset{(\frac{\infty}{\infty})}{=}} \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{2x} = 0 \right)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - 3x = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} \underset{L'H}{\overset{(\frac{\infty}{\infty})}{=}} \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = 0$

$y = 3x$ é assíntota para $x \to +\infty$