(3,5) **Questão 1.**

a) Encontre o ponto de mínimo de $g(x) = 2x^2 + 1 - \ln x$ e conclua que $g(x) > 0$, para todo $x \in]0, +\infty[$;

b) Esboce o gráfico de $f(x) = 2x + \dfrac{\ln x}{x}$, determinando seu domínio, os intervalos de crescimento e de decrescimento de f, concavidades e assíntotas (caso existam).

a) $g'(x) = 4x - \frac{1}{x} = \frac{4x^2-1}{x}$ e $g'(x) = 0 \Rightarrow 4x^2 = 1 \xRightarrow{x>0} x = \frac{1}{2}$

	0	1/2
g'	$-$	$+$
g	$\searrow$	$\nearrow$

g é estritamente decrescente em $]0, 1/2]$ e estritamente crescente em $[1/2, +\infty[$. Logo, $x = \frac{1}{2}$ é ponto de mínimo global

Como $g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} - \underbrace{\ln\frac{1}{2}}_{<0} > 0$, temos que $g(x) > 0$, $\forall x > 0$.

b) dom $f =]0, +\infty[$

cresc./decresc: $f'(x) = 2 + \frac{1 - \ln x}{x^2} = \frac{2x^2 + 1 - \ln x}{x^2} > 0$, pelo item a)

Portanto, f é estritamente crescente.

concavidade: $f''(x) = \dfrac{-\frac{1}{x}\cdot x^2 - (1 - \ln x)\cdot 2x}{x^4} = \dfrac{2\ln x - 3}{x^3}$

$f''(x) = 0$ se $\ln x = 3/2$, isto é, $x = e^{3/2}$

	$e^{3/2}$	
f''	$-$	$+$
f	$\cap$	$\cup$

$\left(e^{3/2}, 2e^{3/2} + \frac{3/2}{e^{3/2}}\right)$ é ponto de inflexão

assíntotas:

$\lim_{x\to 0^+} \underbrace{2x}_{0} + \frac{\overbrace{\ln x}^{-\infty}}{\underbrace{x}_{0^+}} = -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} 2 + \frac{\ln x}{x^2} = 2\ (=m)$

$\left(\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^2} \overset{(\frac{\infty}{\infty})}{\underset{L'H}{=}} \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{1}{x}}{2x} = 0\right)$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) - 2x = \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} \overset{(\frac{\infty}{\infty})}{\underset{L'H}{=}} \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = 0$

$y = 2x$ é assíntota para $x \to +\infty$