MAT2454 - Cálculo Diferencial e Integral para Engenharia II

3ª Lista de Exercícios - 2012

1. Ache os pontos do hiperboloide $x^2 - y^2 + 2z^2 = 1$ onde a reta normal é paralela à reta que une os pontos $(3, -1, 0)$ e $(5, 3, 6)$.

2. Encontre uma parametrização para C e use esta parametrização para encontrar, caso existam, os valores máximo e mínimo de f em C, bem como os pontos onde estes valores são assumidos.

   (a) $C = \{(x,y) \in \mathbb{R} : x^2 + 2y^2 = 1\}$ e $f(x,y) = x^3y$.

   (b) $C = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z \text{ e } z = 2y\}$ e $f(x,y,z) = x - z$.

   (c) $C = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1 \text{ e } (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1\}$ e $f(x,y,z) = xz + y$.

   (d) $C = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 1 \text{ e } x - y + 3z = 3\}$ e $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$.

3. Seja $a > 0$ e considere o plano tangente à superfície $xyz = a$ num ponto do primeiro octante. Mostre que o tetraedro formado por este plano e os planos coordenados tem volume independente do ponto de tangência.

4. Mostre que o elipsoide $3x^2 + 2y^2 + z^2 = 9$ e a esfera $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 6y - 8z + 24 = 0$ se tangenciam no ponto $(1, 1, 2)$ (isto é, que elas têm o mesmo plano tangente neste ponto).

5. Verifique que as superfícies $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ possuem vetores normais mutuamente ortogonais em todos os pontos da interseção.

6. Ache um vetor tangente à interseção das superfícies $z = x^2 + y^2$ e $4x^2 + y^2 + z^2 = 9$ no ponto $(-1, 1, 2)$.

7. Ache a reta da tangente à interseção do cilindro $x^2 + y^2 = 2$ com gráfico de $f(x,y) = x^3 + y^3 + 2$ no ponto $(1, 1, 4)$.

8. Sejam $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ e $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$, diferenciáveis com $\nabla f(1,0) = (2,1)$ e $\gamma'(t) \neq (0,0,0)$, para todo $t \in \mathbb{R}$. Suponha que a imagem de γ esteja contida na interseção do gráfico de f com a superfície $z^3 + x^3 + yz + xy^3 = 0$. Sabendo que $(1, 0, -1) \in Im\gamma$, determine uma equação para a reta tangente a γ neste ponto.

9. Determine a equação da esfera que tangencia a superfície

$$(x-1)^2 + \frac{(y-2)^2}{4} - (z-1)^2 = 0$$

   nos pontos $(2, 2, 2)$ e $(2, 2, 0)$.

10. Ache a derivada direcional máxima de f no ponto dado e dê a direção em que ela ocorre.

    a) $f(x,y,z) = xe^z + \text{sen}(y),\ (2,0,0)$ b) $f(x,y,z) = -\dfrac{4}{y} + z\ln(x),\ (1,2,-1)$

11. Suponha que sobre uma certa região do espaço o potencial elétrico V é dado por $V(x,y,z) = 5x^2 - 3xy + xyz$.

(a) Ache a taxa de variação do potencial em $P(3,4,5)$ na direção do vetor $\vec{v} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

(b) Em que direção V muda mais rapidamente em P?

(c) Qual é a maior taxa de variação em P?

12. Ache o máximo e o mínimo absolutos da função na região D indicada. (Esboce D.)

    (a) $f(x,y) = 5 - 3x + 4y$; D é o triângulo (com interior e bordas) cujos vértices são $(0,0)$, $(4,0)$ e $(4,5)$

    (b) $f(x,y) = xye^{-x^2-y^2}$; $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x^2+y^2 \leq 2,\, x \leq 0,\ y \geq 0\}$

    (c) $f(x,y) = 2x^3 + y^4$; $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x^2 + y^2 \leq 1\}$

    (d) $f(x,y) = (4x - x^2)\cos y$; $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 1 \leq x \leq 3,\ -\frac{\pi}{4} \leq y \leq \frac{\pi}{4}\}$

13. Determine o valor máximo e o valor mínimo da função f sujeita às restrições explicitadas:

    (a) $f(x,y) = xy$; $5x^2 + 5y^2 + 6xy - 64 = 0$

    (b) $f(x,y,z) = xyz$; $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$

    (c) $f(x,y,z) = x^2y^2z^2$; $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

    (d) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$; $x^4 + y^4 + z^4 = 1$

14. Determine o valor máximo e o valor mínimo de f em R sendo

    (a) $f(x,y,z) = x^2 - 2x + y^2 - 4y + z^2 - 6z$ e $R = \{(x,y,z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 56\}$

    (b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + 2z^2 - 4xy - 4z + 3x$ e
    $R = \{(x,y,z) : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + z \leq 4\}$

15. Encontre o máximo e o mínimo absolutos de $f(x,y)$ em D sendo:

    (a) $f(x,y) = xy$; $D = \big\{(x,y) \,:\, x^2 - y^2 = 1,\ x \in [1,2]\big\}$

    (b) $f(x,y) = 2x^3 + y^4$; $D = \Big\{(x,y) \,:\, x^2 + y^2 = 1,\ x \in [0, \frac{1}{4}],\, y \geq 0\Big\}$

    Você pode usar multiplicadores de Lagrange (apenas) para resolver esse exercício?

16. (a) Encontre os pontos da elipse $x^2 + xy + y^2 = 3$ mais próximos de $(0,0)$.

    (b) Qual o ponto do plano $x + 2y - z + 4 = 0$ que está mais próximo do ponto $(1,1,1)$?

17. Determine o maior produto de 3 números reais positivos cuja soma é 100. Exiba tais números.

18. Determine a distância entre as retas de equação

    $X = (-2,3,-1) + \alpha(4,1,5),\ \alpha \in \mathbb{R}$ e $X = (-1,0,3) + \mu(-2,3,1),\ \mu \in \mathbb{R}$.

19. Qual é o ponto da superfície $z^2 = xy + 1$ que está mais próximo da origem?

20. Sendo α, β e γ os ângulos de um triângulo, calcule o valor máximo de $\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}\beta + \operatorname{sen}\gamma$.

21. Seja $T(x,y) = \dfrac{4}{x^2 + y^2}$ uma função que dá a temperatura do ponto (x,y) do plano. Em que ponto da região $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, y \geq -x + 1\}$ a temperatura máxima é atingida? E a mínima?

22. Seja $b \in \mathbb{R}^*$ e $f(x,y) = \dfrac{y^4}{4} + bx^2y - bx^2 - 2y^2$.

   (a) Determine, em função de b, o número de pontos críticos de f e classifique-os.

   (b) Faça $b = 3$ e ache os extremos de f no triângulo (fronteira e interior) de vértices $(0,0)$, $(3,3)$ e $(-3,3)$.

23. Seja $f(x,y) = k(x^2 + y^2) - 2xy$, onde k é uma constante.

   (a) Verifique que, para todo $k \in \mathbb{R}$, o par $(0,0)$ é um ponto crítico de f.

   (b) Para cada valor de k, classifique o ponto crítico $(0,0)$ com relação a máximos e mínimos locais e sela. Existem valores de k para os quais podemos afirmar que $(0,0)$ é extremo global (absoluto) de f?

24. A temperatura num ponto (x,y,z) do espaço é dada por $T(x,y,z) = xy + yz$. Determine os pontos da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ onde a temperatura é mais alta e onde é mais baixa. Justifique.

25. Considere o seguinte problema:"Determinar as dimensões de um paralelepípedo de volume máximo, com faces paralelas aos planos coordenados, de modo que uma das faces está contida no plano $z = 0$ e a correspondente face oposta tem os seus vértices no parabolóide $z = 4 - x^2 - y^2$, $z > 0$".

   (a) Mostre que o problema tem solução.

   (b) Resolva o problema.

26. Encontre os pontos de máximo e de mínimo de f em C, sem parametrizar C, onde:

   (a) $f(x,y,z) = x + y + z$ e $C = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tal que } x^2 + y^2 = 1 \text{ e } 4x + 4y = z^2\}$.

   (b) $f(x,y,z) = x^3 + y^3 + z^3$ e
   $C = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tal que } x^2 + y^2 + z^2 = 1 \text{ e } x + y + z = 1\}$

   (c) f e C como no exercício 2 (a);

   (d) f e C como no exercício 2 (b).

27. Seja $f(x,y,z) = 2x + y - z^2$.

   (a) Seja S a parte do hiperboloide $4x^2 + y^2 - z^2 + 1 = 0$ onde $z > 0$. Seja C o compacto que é a intersecção de S com o plano $2z = 2x + y + 4$. Encontre o máximo e o mínimo de f em C.

   (b) Seja R o compacto

   $$R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 4x^2 + y^2 - z^2 + 1 = 0, z > 0, \text{ e } 2z \leq 2x + y + 4\}.$$

   Encontre o mínimo de f em R.

28. Seja $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + 2z^2 - 4xy - 4z$. Achar o máximo e o mínimo de f em:
   (a)$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4\}$
   (b)$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$
   (c)$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4 \text{ e } z \geq \frac{1}{2}\}$
   (d)$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \text{ e } z \geq \frac{1}{2}\}$
   (e)$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4 \text{ e } z \geq x + y\}$

Resolva os exercícios 29 a 33, assumindo que cada problema proposto tem solução. É possível provar que essas soluções existem. Tente fazê-lo.

29. Um pentágono de 12 cm de perímetro é construído colocando-se um triângulo isósceles sobre um retângulo. Dentre esses pentágonos, determine as medidas dos lados daquele que tem área máxima.

30. Determine a equação do plano que passa por $(2, 2, 1)$ e que delimita no primeiro octante o tetraedro de menor volume.

31. Dentre todos os planos que são tangentes à superfície $xy^2z^2 = 1$ encontre aqueles mais distantes da origem.

32. Dê as dimensões da caixa retangular sem tampa de maior volume que pode ser construída com 27cm^2 de papelão.

33. Um quarto de armazenamento aquecido tem a forma de uma caixa retangular e tem o volume de 1000 pés cúbicos. Como o ar quente sobe, a perda de calor por unidade de área pelo teto é cinco vezes maior que a perda de calor pelo chão. A perda de calor pelas quatro paredes é três vezes maior que a perda de calor pelo chão. Determine as dimensões do quarto que minimiza a perda de calor e, portanto, minimiza o custo do aquecimento.

34. Determine os pontos críticos das funções abaixo e classifique-os:

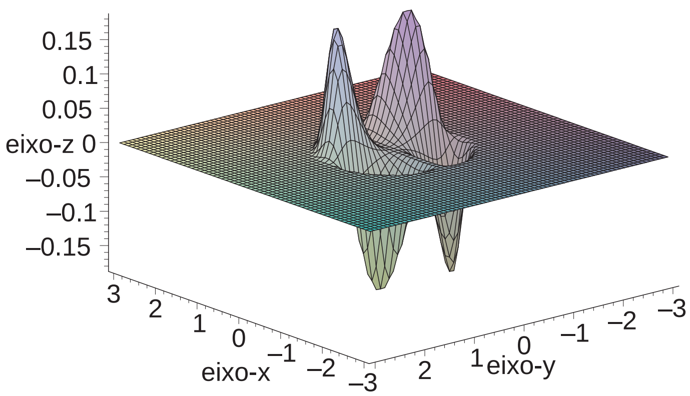
(a) $z = 2x^2 + xy + 3y^2 + 10x - 9y + 11$
(b) $z = 3xy^2 + y^2 - 3x - 6y + 7$
(c) $z = x^2y^2$
(d) $z = x^3y^3$
(e) $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$
(f) $z = y \cos x$
(g) $z = (2x - x^2)(2y - y^2)$
(h) $z = y^4 + 4x^2y - 4x^2 - 8y^2$
(i) $z = xye^{-x^2-y^2}$
(j) $z = \ln(3x^2 + 4y^2 - 2x + 7)$
(k) $z = (x-1)^3 + (y-2)^3 - 3x - 3y$

35. A figura abaixo exibe o gráfico de $f(x, y) = xy^2 e^{-(x^2+y^2)^4}$.

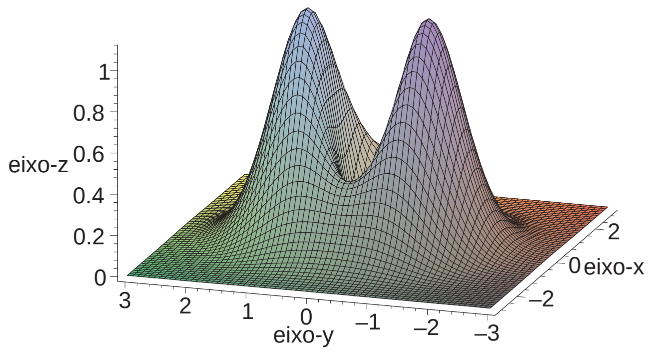
    (a) Mostre que há um número infinito de pontos críticos.

    (b) Ache as coordenadas dos 4 pontos críticos exibidos na figura.

    (c) Classifique os demais pontos críticos.



36. A figura abaixo exibe o gráfico de $f(x,y) = (x^2+3y^2)\mathrm{e}^{-(x^2+y^2)}$. Mostre que há 5 pontos críticos e ache os extremos de f.



37. Determine os valores de a para os quais a função

$$f(x,y) = 2ax^4 + y^2 - ax^2 - 2y$$

   (a) tem exatamente um ponto de sela e dois pontos de mínimo local;
   (b) tem exatamente dois pontos de sela e um mínimo local.
   (c) Existe $a \in \mathbb{R}$ para o qual a função tenha ao menos um máximo local?
   (d) Existe $a \in \mathbb{R}$ para o qual a função tenha mais de 3 pontos críticos?

38. É impossível para uma função contínua de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ ter 2 máximos locais e nenhum mínimo local. Por quê? O mesmo não ocorre com uma função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Verifique que $f(x,y) = -(x^2-1)^2 - (x^2y - x - 1)^2$ tem exatamente dois pontos críticos, ambos máximos locais. Faça um esboço de uma superfície com tais características e tente compreender como isso ocorre.

39. Mostre que a função $f(x,y) = x^2 + 5y^2(1+x)^3$ possui um único ponto crítico, que este ponto crítico é um mínimo local, e que f não possui ponto de mínimo global.

40. Seja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por$f(x,y) = ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + l$, onde a, b, c, d, e, l são constantes não todas nulas. Prove que se (x_0, y_0) for um extremante local de f, então será um extremante global de f. (*Dica:* dados $(h,k) \in \mathbb{R}^2$, observe que a função $g(t) = f(x_0 + th, y_0 + tk)$ é uma parábola.)

41. (**Método dos Mínimos Quadrados**) Sejam $P_i = (x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2$, $1 \leq i \leq n$ (dado $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$), com $x_i \neq x_j$ se $i \neq j$. Estes pontos representam os resultados de algum experimento, e gostaríamos de encontrar uma função linear afim $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ com $a, b \in \mathbb{R}$ a serem determinados, de modo que o gráfico de f contenha P_i para $1 \leq i \leq n$. Nem sempre existe uma tal função; com efeito, o sistema linear nas variáveis a e b dado por $ax_i + b = y_i$, $1 \leq i \leq n$, é, em geral, impossível se $n \geq 3$. O objetivo deste exercício é verificar que podemos encontrar uma solução aproximada deste sistema, isto é, uma solução que minimiza a soma dos quadrados dos erros, $E(a,b) = \sum_{i=1}^{n} [y_i - (ax_i + b)]^2$. Mostre que a função $E : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ assim definida tem um único ponto de mínimo global e encontre tal ponto.

RESPOSTAS

1. $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}, -2\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ e $\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}, 2\sqrt{\frac{2}{3}}, -\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

2. (a) pontos de máximo: $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2\sqrt{2}})$ e $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2\sqrt{2}})$; pontos de mínimo: $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2\sqrt{2}})$ e $(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2\sqrt{2}})$. (b) ponto de máximo: $(\frac{1}{\sqrt{5}}, 1-\frac{2}{\sqrt{5}}, 2-\frac{4}{\sqrt{5}})$; ponto de mínimo: $(-\frac{1}{\sqrt{5}}, 1+\frac{2}{\sqrt{5}}, 2+\frac{4}{\sqrt{5}})$. (c) ponto de máximo: $(\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2})$; ponto de mínimo: $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2})$. (d) ponto de mínimo: $(\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}, \frac{5}{6})$; não tem ponto de máximo.

6. $(5, 8, 6)$.

7. $X = (1, 1, 4) + \lambda(-1, 1, 0), \lambda \in \mathbb{R}$.

8. $X = (1, 0, -1) + \lambda(2, -9, -5), \lambda \in \mathbb{R}$.

9. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$

10. a) $\sqrt{6}$; $(1, 1, 2)$ b) $\sqrt{2}$; $(-1, 1, 0)$.

11. (a) $\frac{32}{\sqrt{3}}$ (b) $(38, 6, 12)$ (c) $2\sqrt{406}$.

12. (a) máximo: $f(4, 5) = 13$, mínimo: $f(4, 0) = -7$;
(b) máximo: $f(x, 0) = 0, -\sqrt{2} \leq x \leq 0$ e $f(0, y) = 0, 0 \leq y \leq \sqrt{2}$, mínimo: $f(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}) = -\frac{1}{2e}$;
(c) máximo: $f(1, 0) = 2$, mínimo: $f(-1, 0) = -2$;
(d) máximo: $f(2, 0) = 4$, mínimo: $f(3, -\frac{\pi}{4}) = f(3, \frac{\pi}{4}) = f(1, -\frac{\pi}{4}) = f(1, \frac{\pi}{4}) = 3\frac{\sqrt{2}}{2}$.

13. (a) máx $f(2, 2) = f(-2, -2) = 4$; mín $f(4, -4) = f(-4, 4) = -16$; (b) máx $2/\sqrt{3}$, mín $-2/\sqrt{3}$; (c) máx $1/27$, mín 0; (d) máx $\sqrt{3}$, mín 1.

14. (a) Valor mínimo: -14, Ponto de mínimo $(1, 2, 3)$; Valor máximo 112, Ponto de máximo $(-2, -4, -6)$

15. (a) mínimo: $-2\sqrt{3}$ e máximo: $2\sqrt{3}$; b) mínimo: $\frac{1}{32} + \left(\frac{15}{16}\right)^2$ e máximo: 1.

16. (a) $(1, 1)$ e $(-1, -1)$; (b) $(0, -1, 2)$.

17. $n_1 = n_2 = n_3 = \frac{100}{3}$.

18. $\sqrt{12}$.

19. $(0, 0, 1)$ ou $(0, 0, -1)$.

20. $3\frac{\sqrt{3}}{2}$

21. ponto de máximo $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$; não há ponto de mínimo.

22. (a) Se $b > 0$, temos 5 pontos críticos: $\left(\pm\sqrt{\frac{3}{b}}, 1\right)$ e $(0, 0)$ pontos de sela; $(0, -2)$ máx. local e $(0, 2)$ mín. local; e se $b < 0$, temos 3 pontos críticos: $(0, 0)$ e $(0, 2)$ pontos de sela; $(0, -2)$ mín. local.
(b) Pontos de máx: $(-3, 3)$ e $(3, 3)$; ponto de mín. $(0, 2)$.

23. (b) $k > 1$: mínimo local; $-1 < k < 1$: sela; $k < -1$: máximo local; $k \geq 1$: $(0,0)$ é ponto de mínimo global; $k \leq -1$: $(0,0)$ é ponto de máximo global.

24. Mais quentes: $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$; Mais frios : $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

25. O paralelepípedo tem vértices em $(\pm 1, \pm 1, 0)$ e $(\pm 1, \pm 1, 2)$.

26. (a) pontos de mínimo: $(0,1,-2)$ e $(1,0,-2)$; ponto de máximo: $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 2\sqrt[4]{2})$. (b) pontos de mínimo: $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$, $(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$, e $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3})$; pontos de máximo: $(0,0,1)$, $(0,1,0)$ e $(1,0,0)$.

27. (a) Ponto mínimo: $(1 + \frac{\sqrt{7}}{2}, 2 + \sqrt{7}, 4 + \sqrt{7})$ valor mínimo:$-19 - 6\sqrt{7}$
Ponto de máximo: $(1 - \frac{\sqrt{7}}{2}, 2 - \sqrt{7}, 4 - \sqrt{7})$ valor mínimo:$-19 + 6\sqrt{7}$
(b) Ponto de mínimo: $(1 + \frac{\sqrt{7}}{2}, 2 + \sqrt{7}, 4 + \sqrt{7})$ valor mínimo:$-19 - 6\sqrt{7}$
Ponto de máximo: $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{3}{2}})$ valor mínimo: $-\frac{1}{2}$

28. (a) Ponto de máximo: $(0,0,-2)$, pontos de mínimo: $(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3})$ e $(-\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{2}{3})$.
(b) Os mesmos que em (a). (c) Pontos de máximo: $(\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}}, -\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{2})$ e $(-\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{2})$; pontos de mínimo: $(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3})$ e $(-\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{2}{3})$. (d) Os mesmos que em (c). (e) Pontos de máximo:$(-\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{15}}{3}, -\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{15}}{3}, -\frac{2}{3})$ e $(-\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{15}}{3}, -\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{15}}{3}, -\frac{2}{3})$; ponto de mínimo: $(-\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{2}{3})$.

29. $12(2 - \sqrt{3})$, $2(3 - \sqrt{3})$, $4(2\sqrt{3} - 3)$

30. $x + y + 2z - 6 = 0$

31. $2^{2/5}x + 2^{9/10}y + 2^{9/10}z = 5$; $2^{2/5}x - 2^{9/10}y + 2^{9/10}z = 5$;
$2^{2/5}x + 2^{9/10}y - 2^{9/10}z = 5$; $2^{2/5}x - 2^{9/10}y - 2^{9/10}z = 5$.

32. base 3×3 cm, altura 1,5cm.

33. largura, profundidade e altura iguais a 10 pés.

34. (a) $(-3,2)$ mínimo local; (b) $(\frac{2}{3}, 1)$, $(-\frac{4}{3}, -1)$ selas; (c) $(0,\lambda)$ e $(\lambda, 0)$ com $\lambda \in \mathbb{R}$ mínimos locais; (d) $(0,\lambda)$ e $(\lambda,0)$ com $\lambda \in \mathbb{R}$ selas; (e) $(4,4)$ máximo local; (f) $(\frac{\pi}{2} + k\pi, 0)$, com $k \in \mathbb{Z}$ selas; (g) $(1,1)$ máximo local, $(0,0), (2,0), (0,2), (2,2)$ selas; (h) $(0,0)$ máximo local, $(0,2)$ mínimo local, $(0,-2), (\sqrt{3},1), (-\sqrt{3},1)$ selas; (i) $(0,0)$ sela, $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ e $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ máximos locais, $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ e $(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ mínimos locais; (j) $(\frac{1}{3}, 0)$ mínimo local; (k) $(2,1)$ e $(0,3)$ sela; $(2,3)$ mínimo local e $(0,1)$ máximo local.

35. (a) $(a,0)$ é ponto crítico $\forall a \in \mathbb{R}$.
(b) $(6^{-3/8}, 6^{-3/8}\sqrt{2}), (-6^{-3/8}, -6^{-3/8}\sqrt{2}), (-6^{-3/8}, 6^{-3/8}\sqrt{2}), (6^{-3/8}, -6^{-3/8}\sqrt{2})$

36. mínimo $f(0,0) = 0$; máximo $f(0,\pm 1) = 3e^{-1}$

37. (a) $a > 0$ (b) $a < 0$ (c) não (d) $a = 0$.