1. a) (1,5 ponto) Esboce a imagem da curva $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ dada por A

$$\gamma(t) = (\text{sen}^4 t + 2\cos^2 t - 2,\ \text{sen}^2 t - 1).$$

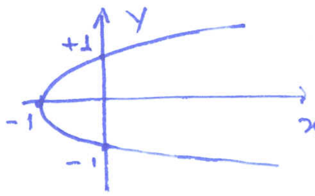
b) (1,5 ponto) Considere $F(x,y) = \dfrac{10x^2 - 2y}{x^2+y^2}$. Determine o domínio de F e esboce as curvas de nível dos níveis $c = 0$, $c = 1$ e $c = 10$.

a) $y = \text{sen}^2 t - 1 \qquad (-1 \le y \le 0)$

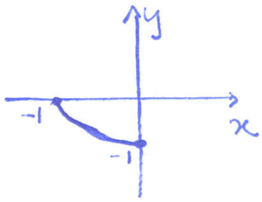
$x = \text{sen}^4 t + 2(\underbrace{\cos^2 t - 1}_{-\text{sen}^2 t}) = (y+1)^2 - 2(y+1) = y^2 - 1$

$(x,y) \in \text{Im}(\gamma) \Leftrightarrow x = y^2 - 1$ e $-1 \le y \le 0$

$\text{Im}(\gamma)$ está contida na parábola $x = y^2 - 1$



$x = y^2 - 1$



$\text{Im}(\gamma)$

b) $\text{Dom}(F) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, (x,y) \neq (0,0)\}$

$F(x,y) = 0 \Rightarrow 10x^2 - 2y \Rightarrow y = 5x^2$ (parábola)

$F(x,y) = 1 \Rightarrow 10x^2 - 2y = x^2 + y^2 \Rightarrow 9x^2 = y^2 + 2y + 1 - 1$

$\Rightarrow 1 = (y+1)^2 - 9x^2$ (hipérbole)

$F(x,y) = 10 \Rightarrow 10x^2 - 2y = 10x^2 + 10y^2 \Rightarrow 10y^2 + 2y = 0$

$\Rightarrow 2y(5y+1) = 0 \Rightarrow y = 0$ ou $y = -1/5$ (duas retas)

O ponto $(0,0)$ não está no domínio e, portanto, deve ser retirado das curvas encontradas.