1. a) (1,5 ponto) Esboce a imagem da curva $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ dada por B

$$\gamma(t) = (\cos^4 t + 2\,\mathrm{sen}^2\, t - 5,\ \cos^2 t - 1).$$

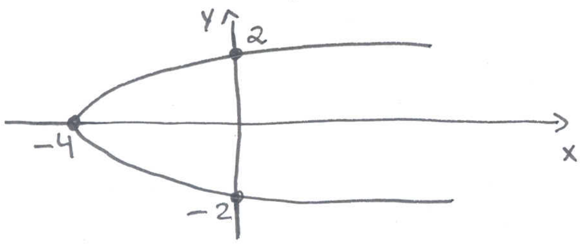
b) (1,5 ponto) Considere $F(x, y) = \dfrac{10y^2 - 2x}{x^2 + y^2}$. Determine o domínio de F e esboce as curvas de nível dos níveis $c = 0$, $c = 1$ e $c = 10$.

a) $y = \cos^2 t - 1 \qquad (-1 \leq y \leq 0)$

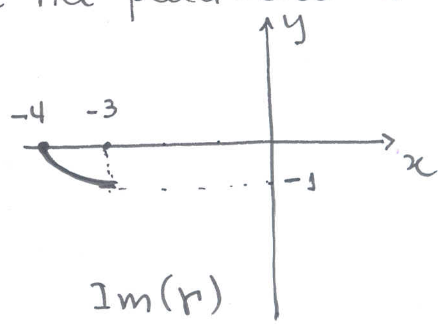
$x = \cos^4 t + 2(1 - \cos^2 t) - 5 = (y+1)^2 - 2y - 5 = y^2 - 4$

$(x,y) \in \mathrm{Im}(\gamma) \iff x = y^2 - 4 \quad \text{e} \quad -1 \leq y \leq 0$

$\mathrm{Im}(\gamma)$ está contida na parábola $x = y^2 - 4$



parábola $x = y^2 - 4$



$\mathrm{Im}(\gamma)$

b) $\mathrm{Dom}(F) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, (x,y) \neq (0,0)\}$

$F(x,y) = 0 \iff \begin{matrix} 10y^2 - 2x = 0 \\ (x,y) \neq (0,0) \end{matrix} \iff \begin{matrix} x = 5y^2 \\ \text{e } (x,y) \neq (0,0) \end{matrix}$

A curva de nível zero é uma parábola (sem um ponto)

$F(x,y) = 1 \iff \begin{matrix} 10y^2 - 2x = x^2 + y^2 \\ (x,y) \neq (0,0) \end{matrix} \iff$

$\iff \begin{matrix} (x+1)^2 - 9y^2 = 1 \\ (x,y) \neq (0,0) \end{matrix}$

A curva de nível 1 é uma hipérbole (sem um ponto).

$F(x,y) = 10 \iff \begin{matrix} \cancel{10y^2} - 2x = 10x^2 + \cancel{10y^2} \\ (x,y) \neq (0,0) \end{matrix} \iff \begin{matrix} x(5x+1) = 0 \\ (x,y) \neq (0,0) \end{matrix}$

$x = 0$ ou $x = -\frac{1}{5}$

A curva de nível 10 são duas retas (sem um ponto)