2. a) (1,5 ponto) Seja $\Gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$ a curva dada por $\Gamma(t) = (x(t),\ \operatorname{sen} t,\ 1+\cos t)$. Sabendo que a imagem de Γ está contida na superfície de equação $(z-1)^2 - \frac{y^2}{4} = x$, determine $x(t)$ e a encontre uma equação para a reta tangente a Γ em $\Gamma(\pi/3)$.

A

b) Seja S a superfície de equação $-2x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1$.

b1) (1,0 ponto) Estude a intersecção de S com cada plano $x = k$ e com o plano $y = 1$. Esboce S.

b2) (1,5 ponto) Encontre uma parametrização para a intersecção de S com o plano $2x + y = 2$.

a) $x(t) = (1+\cos t - 1)^2 - \frac{\operatorname{sen}^2 t}{4} = \cos^2 t - \frac{\operatorname{sen}^2 t}{4} = 1 - \frac{5}{4}\operatorname{sen}^2 t$

$\Gamma\left(\frac{\pi}{3}\right) = \left(1 - \frac{5}{4}\cdot\frac{3}{4},\ \frac{\sqrt{3}}{2},\ 1+\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{16},\ \frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{3}{2}\right)$

$x'(t) = -\frac{10}{4}\operatorname{sen} t \cdot \cos t$, $x'\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{5}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2} = -\frac{5}{8}\cdot\sqrt{3}$

$\Gamma'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \left(-\frac{5}{8}\sqrt{3},\ \frac{1}{2},\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

equação da reta: $(x,y,z) = \left(\frac{1}{16},\ \frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{3}{2}\right) + \lambda\left(-\frac{5}{8}\sqrt{3},\ \frac{1}{2},\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

b1) $x = k$: $(y-1)^2 + z^2 = 1 + 2k^2$: circunferência no plano $x = k$, com centro em $(k, 1, 0)$ e raio $\sqrt{1+2k^2}$

$y = 1$ $z^2 - 2x^2 = 1$: hipérbole no plano $y = 1$

S é um hiperboloide circular de uma folha (ver esboço depois da resolução de b2)

b2) $\begin{cases} -2x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} -2x^2 + (2-2x-1)^2 + z^2 = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \Longleftrightarrow$

$\begin{cases} 2(x^2 - 2x + 1) + z^2 = 2 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + \left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$

$x - 1 = \cos t$

$\frac{z}{\sqrt{2}} = \operatorname{sen} t$

$y = 2 - 2x$

$\therefore y = 2 - 2(1+\cos t)$

Uma parametrização é

$\Gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^3$

$\Gamma(t) = (1+\cos t,\ -2\cos t,\ \sqrt{2}\operatorname{sen} t)$

Q2 b1) A