Exemplos (T não aritmética)

1) Suponha que $\mu < \infty$. Então,

$H(t) = U(t) - t/\mu$ satisfaz

a eq. de renovação com

$$h(t) = \frac{1}{\mu}\int_t^\infty P(T>s)\,ds.$$

(Verifique)

Suponha agora que $ET^2 =: \nu < \infty$.

Então, h é dRi (verifique) e

$$\mu\int_0^\infty h(t)\,dt = \int_0^\infty dt \int_t^\infty \overbrace{P(T>s)}^{\overline{F}(s)}\,ds$$

$$= \int_0^\infty ds\, \overline{F}(s)\, s = \int_0^\infty ds\, s \int_s^\infty dF(r)$$

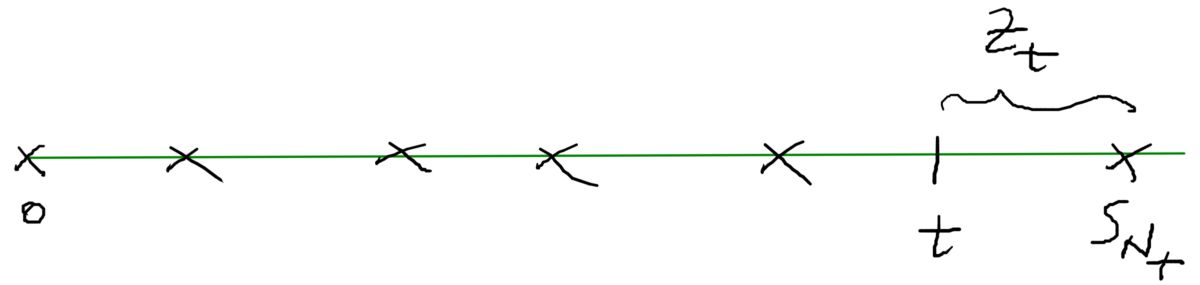
$$= \int_0^\infty dF(r) \int_0^r s\, d(s) = \frac{1}{2}\int_0^\infty r^2\, dF(r) = \frac{\nu}{2}.$$

Logo,

$$U(t) - \frac{t}{\mu} \xrightarrow[t\to\infty]{} \frac{\nu}{2\mu^2}$$

2) $Z_t := S_{N_t} - t$ = tempo residual em t

= tempo a partir de t até renovação seguinte



Para x fixo, $H(t) := \mathbb{P}(Z_t > x)$

satisfaz a eq. de renovação com

$h(t) = \bar{F}(t+x) = \mathbb{P}(T > t+x)$.

(Verifique.)

Então, supondo $\mu < \infty$ ($\Rightarrow h$ dRi),

$$\mathbb{P}(Z_t > x) \xrightarrow[t\to\infty]{} \frac{1}{\mu}\int_x^\infty \bar{F}(t)\,dt =: \bar{G}(x)$$

conv. em distribuição

Em outras palavras, $Z_t \underset{t\to\infty}{\Longrightarrow} Z$,

onde Z é uma v.a. c/ fç. distr. $G = 1 - \bar{G}$.

<u>Exercício</u>: Verifique que $E(Z) < \infty \iff E(T^2) < \infty$.