

MAE 5709 - Introdução aos Processos Estocásticos — Exercícios # 3

1. Seja $(N_t)_{t \geq 0}$ o processo de contagem de renovações num processo de renovação com distribuição entre renovações dada pela função de distribuição F (que pode ser suposta não aritmética). Para $t \geq 0$, seja $L_t = S_{N_t} - S_{N_t - 1}$ o comprimento do intervalo entre renovações contendo o tempo t .

(a) Para $x \geq 0$ fixo, seja $H(t) := \mathbb{P}(L_t > x)$, $t \geq 0$. Mostre que H satisfaz a Equação de Renovação com a função h adequada, e mostre que L_t converge em distribuição para uma v.a. L , exibindo a função de distribuição de L .

(b) (*Paradoxo da Inspeção*) Mostre que, para todo $t \geq 0$, L_t domina estocasticamente T , a variável aleatória com função distribuição F , isso é,

$$\mathbb{P}(L_t > x) \geq \mathbb{P}(T > x), \forall x, t \geq 0.$$

Sugestão: Condicione o lado esquerdo da expressão acima em N_t e use o fato que para qualquer v.a. X ,

$$\mathbb{P}(X > \max\{x, y\}) \geq \mathbb{P}(X > x)\mathbb{P}(X > y).$$

2. Exercícios do livro, Capítulo 2: 2.1.2, 2.3.1, 2.4.1, 2.4.5, 2.5.11