

Exercício 1

Considere que a porcentagem de dias em um ano em que a temperatura média fica abaixo de 20° graus Celsius pode ser aproximada por uma variável aleatória X com a seguinte função de distribuição acumulada.

$$\Pr(X \leq t) = F_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0, \\ t^2(6 - 8t + 3t^2) & \text{se } 0 \leq t \leq 1, \\ 1 & \text{se } 1 < t. \end{cases}$$

Calcule:

- (a) [1,5 pontos] A probabilidade de que, em mais de metade dos dias do ano, a temperatura fique abaixo de 20° graus Celsius;
- (b) [2 pontos] Anos anormais são aqueles em que a temperatura fica abaixo de 20° graus Celsius em menos de 10% dos dias ou a temperatura é excedida em mais de 75% dos dias do ano. Calcule a probabilidade de que um ano qualquer seja classificado como anormal;

Exercício 2

O tempo médio em anos até que um determinado mecanismo apresente defeito pode ser modelado por uma variável aleatória exponencial X de parâmetro $\lambda = 1$. Calcule:

- (a) [1,5 pontos] A probabilidade do mecanismo não apresentar defeito dentro dos 2 primeiros anos;
- (b) [2 pontos] A probabilidade que o mecanismo não apresente defeito dentro dos 4 primeiros anos, dado que ele não apresentou defeito dentro do primeiro ano.

Exercício 3

Um tubo de ensaio de 80ml é completamente preenchido de uma determinada substância química e subsequentemente aquecido para que seja observada uma reação de luminescência. Uma vez que a reação se encerra, uma certa quantidade (em ml) da substância química é consumida. Esta quantidade pode ser modelada a partir de uma variável aleatória uniforme X de mínimo 20 e máximo 80. Calcule:

- (a) [1,5 pontos] A probabilidade que, ao final da reação, restem pelo menos 30ml da substância química no tubo de ensaio;
- (b) [1,5 pontos] A quantidade esperada da substância que irá restar no tubo de ensaio;