

Item 1) [10 pontos]

Considere o experimento de lançar dois dados honestos de forma independente. O evento certo é dado por $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e a medida de probabilidade satisfaz: $P(\{(i, j)\}) = 1/36$ para $(i, j) \in \Omega$. Sejam X e Y variáveis aleatórias definidas sobre os elementos de Ω tais que $X(i, j) = \min\{i, j\}$ e $Y(i, j) = \max\{i, j\}$.

- (a) [2 pontos] Encontre os suportes de X e Y ;
- (b) [2 pontos] Encontre as funções de probabilidades de X e de Y : $p_X(x) = P(X = x)$ e $p_Y(y) = P(Y = y)$;
- (c) [2 pontos] Calcule $\mathbb{E}[X]$ e $\mathbb{E}[Y]$;
- (d) [2 pontos] Seja $Z : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ uma variável aleatória tal que

$$Z(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{se } i < j, \\ 0 & \text{se } i = j, \\ -1 & \text{se } i > j. \end{cases}$$

Encontre a função de probabilidade de Z : $p_Z(z) = P(Z = z)$;

- (e) [2 pontos] Calcule $\mathbb{E}[Z]$.

Atenção: em sala de aula, o professor usou $f(x)$ para definir a função de probabilidade de um v.a. discreta, mas para utilizar a mesma notação do livro Estatística Básica, o professor decidiu mudar para $p(x)$. Uma mensagem foi enviada pelo E-disciplinas.