

---

## Lista 2 - Inferência Frequentista (MAE0301)

Professor: Alexandre Patriota

Monitor: Andrey Sarmiento

1º semestre de 2025

---

Data de entrega: 21/03/2025

**Observação:** No item (a), utilize a definição de suficiência para encontrar a estatística suficiente. Nos itens (b), (c) e (d), utilize o Critério da Fatoração de Neyman-Fisher.

1. Considere uma amostra aleatória  $\mathbf{X}_n = (X_1, \dots, X_n)$  de  $X \sim f_\theta$ ,  $\theta \in \Theta$ . Encontre uma estatística suficiente  $T = T(\mathbf{X}_n)$  tal que  $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  nos seguintes casos:

(a)  $X \sim \text{Exponencial}(\theta)$ ,  $\theta \in \Theta = (0, \infty)$ .

**Dica:** Use o argumento da f.g.m. para determinar a distribuição de  $\sum_{i=1}^n X_i$ .

(b)  $X \sim \text{Poisson}(\theta)$ ,  $\theta \in \Theta = (0, \infty)$ .

(c)  $X \sim \text{Beta}(\theta, 1)$ ,  $\theta \in \Theta = (0, \infty)$ , isto é,

$$f_\theta(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & \text{se } x \in (0, 1), \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

(d)  $X \sim \text{Pareto}(2, \theta)$ ,  $\theta \in \Theta = (0, \infty)$ , isto é,

$$f_\theta(x) = \begin{cases} \frac{\theta}{x} \left(\frac{2}{x}\right)^\theta, & \text{se } x \in [2, \infty), \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

**Nota:** Uma estatística  $T(\mathbf{X}_n)$  é suficiente para o modelo se, e somente se, existem funções  $h$  e  $m$  tais que

$$f_\theta^{\mathbf{X}_n}(\mathbf{y}_n) = h(\mathbf{y}_n)m(T(\mathbf{y}_n), \theta), \quad \text{q.c. } \forall \theta \in \Theta.$$