**Lista 2 - Curso de Ciências Moleculares - Matemática 4**
**Exercício 1.**
Dado o problema Diferencial Parcial

$$a\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) + b\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 0,$$

note que $f(x,y) = g(bx - ay)$ é solução.
Use o problema de valor inicial para determinar $g$.

**Exercício 2.**
Use o problema de valor inicial para determinar $f$.

**Exercício 3.**
a) Defina $g(t) = f(tx)$ e calcule $\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}t}(1)$.
b) Defina $g(t) = f(tx) - t^p f(x)$, note que $g(1) = 0$, conclua a demonstração checando que $\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}t} = 0, \forall t > 0$.

**Exercício 4.**
Use a regra da cadeia

**Exercício 5.**
Use a regra da cadeia para a primeira parte. Para a segunda parte, lembre que a equação de Laplace é

$$\Delta f(x,y) = 0.$$

Da primeira parte, relacione a equação de Laplace com uma equação diferencial ordinária na variável $r$, mostre que $f(r) = a\log(r^2) + b$ resolve a equação de Laplace na variável $r$.

Para quem tiver curiosidade: Não é muito difícil resolver esse problema, é uma equação diferencial ordinária de segunda ordem, a resolução está bem feita no livro Equações Diferenciais Parciais, do autor Lawrence C. Evans, para dimensão $n \geq 2$.

**Exercício 10.**
Note que determinar os valores críticos, mínimos e máximos restritos no quadrado $[0,1] \times [0,1]$ é aplicar o teorema dos multiplicadores de lagrange para as restrições do quadrado.

**Exercício 11.**
Note que o problema define uma aplicação

$$F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},$$

onde $F(a,b) = \int_0^1 (ax + b - f(x))^2 \mathrm{d}x$.
Encontre os valores $(a,b)$ tais que $F(a,b)$ atinge mínimo.

**Exercício 12 e 13.**

Proceda análogo ao exercício 11.

**Exercício 16.**
Aplicação direta dos multiplicadores de Lagrange

**Exercício 17.**
Seja $C(u)$(letra a) e $S(u, v)$(letra b) a parametrização das respectivas curvas, minimize/maximize a função $d(0, C(u))$ e $d(0, S(u, v)$ em função dos parâmetros $(u, v)$, onde $d$ é a métrica euclidiana.

**Exercício 18.**
Aplicação direta dos multiplicadores de Lagrange.

**Exercício 19.**
Proceda análogo ao exercício 17.

**Exercício 20.**
Note que a intersecção entre as superfícies é dada por $-xy - z^2 = 0$ (checar). Agora proceda análogo ao exercício 17.

Observação: uma outra forma de resolver os exercícios 17,19 e 20. é considerar $f(x, y) = d((x_1, y_1), (x_0, y_0))$ e aplicar o teorema dos multiplicadores de lagrange usando como restrição a curva que queremos encontrar o ponto com maior/menor distância em relação a um ponto $(x_0, y_0)$ dado.