DICAS E RESPOSTAS:

Exercício 1. a) $(x, y, z) = (0, 0, 1)$ b) As soluções são $\{\left(-\frac{1}{2} - z, \frac{3}{2}, z\right); z \in \mathbb{R}\}$.

Exercício 2. As soluções são $\{\left((-\frac{1}{2} + \frac{i}{2})y, y\right); y \in \mathbb{C}\}$.

Exercício 3. Para $a = -2$ ou $a = 1$ incompatível (não tem solução). Para $a \neq 1$ e $a \neq -2$ compatível determinado (tem única solução).

Exercício 4. As soluções são $\{\left(\frac{1}{2} - z, -\frac{1}{2} + z, z\right); z \in \mathbb{C}\}$.

Exercício 5. Aplique A^{-1}, use associatividade e $A^{-1}A = I_n$.

Exercício 7. a) A é inversível e $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ b) A é inversível e $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

Exercício 8.

$$\begin{pmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} c \neq 0, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} c \neq 0, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} c \neq 0, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & c & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & c \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ c & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ c & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & c & 1 \end{pmatrix}.$$

Exercício 9. Use $A = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} c & d \end{pmatrix}$. Efetue a multiplicação e faça escalonamento. Veja que a matrix resultante terá necessariamente uma linha nula.

Exercício 10. Para ver que $(AB)^t = B^t A^t$ consulte Domingues/Callioli/Costa na página 25. Para o resto basta ver que $I_n = I_n^t = (AA^{-1})^t = \left(A^{-1}\right)^t A^t$. Da mesma forma $I_n = A^t \left(A^{-1}\right)^t$.