

Sugestões de exercícios: dia 9 de agosto - EDP

Prof: Pedro T. P. Lopes www.ime.usp.br/~pplopes/edp

16 de agosto de 2019

Os exercícios sugeridos são:

- 1) Exercícios 1, 2 e 3 do capítulo 2 do Evans.
- 2) Considere $U \subset \mathbb{R}^n$ um aberto limitado de classe C^1 .
- i) Sejam u e $v : U \rightarrow \mathbb{R}$ funções de classe $C^2(\overline{U})$. Prove que

$$\nabla \cdot (v \nabla u) = \nabla v \cdot \nabla u + v \Delta u.$$

- ii) Mostre, usando o teorema da divergência, que

$$\int_{\partial U} v(x) \frac{\partial u}{\partial n}(x) dS(x) = \int_U \nabla v(x) \cdot \nabla u(x) dx + \int_U v(x) \Delta u(x) dx,$$

em que n é a normal que aponta para fora de U .

- iii) Conclua que se $u : U \rightarrow \mathbb{R}$ é de classe $C^2(\overline{U})$ e é solução de

$$\begin{cases} \Delta u(x) = f(x), & x \in U \\ \frac{\partial u}{\partial n}(x) = g(x), & x \in \partial U \end{cases},$$

em que f e g são contínuas, então

$$\int_{\partial U} g(x) dS(x) = \int_U f(x) dx.$$