

Dieudonné e o Cálculo Diferencial:
Tradução livre, por Jorge Sotomayor*, de
fragmento da Introdução ao Capítulo VIII –
Differential Calculus – de “Foundations of
Modern Analysis”[†] de J. Dieudonné, 1906–1992

O assunto deste Capítulo nada mais é do que os teoremas elementares do Cálculo, embora apresentados numa forma que provavelmente será nova para a maioria dos estudantes. Esta apresentação que concorda totalmente com nossa visão 'geométrica' da Análise, visa manter ao máximo a proximidade com idéia fundamental do Cálculo, qual seja a de aproximação local por funções lineares. No ensino tradicional do Cálculo esta idéia é imediatamente obscurecida pelo fato acidental de que nos espaços vetoriais unidimensionais há uma correspondência biunívoca entre as funções lineares e os números, sendo portanto a derivada num ponto definida por um número em lugar de uma forma linear. Esta escravização subservente ao shiboleth¹ da interpretação numérica a todo custo fica muito pior no tratamento de funções de várias variáveis: chegamos assim à fórmula clássica que dá a derivada parcial da função composta –a regra da cadeia– na qual foi eliminado qualquer traço de significado intuitivo, enquanto a formulação natural é de certamente que

*O autor e bolsista do CNPq. Este trabalho foi desenvolvido dentro do projeto CNPq/PADCT 620029/2004-8.

[†]Ac. Press, 1960.

¹Teste para reconhecer uma classe, casta ou raça, por uma particularidade na pronúncia, hábito ou modo de vestir. Palavra de origem hebraica; ver Aurélio.

a derivada (total) de uma função composta é a composta de suas derivadas (totais), que é uma formulação que faz pleno sentido quando pensamos em termos de aproximações lineares.

A formulação ‘intrínseca’ do Cálculo, dada a sua maior ‘abstração’ e ao fato de uma e outra vez termos que sair do espaço inicial para ascender a novos ‘espaços funcionais’ (especialmente no tratamento da derivadas de ordem superior), certamente exige um certo esforço mental, em contraste com a confortável rotina das fórmulas clássicas. Acreditamos, entretanto, que o resultado justifica o esforço pois preparará o estudante para assimilar as idéias mais gerais envolvidas no Cálculo em Variedades Diferenciáveis ². De fato ele irá constatar que nestas aplicações, os espaços envolvidos têm dimensão finita; se isto dá algum sentimento de segurança adicional, poderá acrescentar esta hipótese a todos o teoremas do presente capítulo. Porém, irá verificar que isto em nada torna as provas mais simples ou curtas; em outras palavras, a hipótese de dimensão finita é totalmente dispensável para o material apresentado no Capítulo, embora as aplicações do Cálculo que tratam do caso finito dimensional superem de longe, em número e importância, as outras.

²Nota do Tradutor: O leitor que quiser ter uma idéia deste área, pode dar uma olhada em J. Milnor “Topology from a differentiable viewpoint” e em E. Lima “ Introdução à Topologia Diferencial”, Dieudonné cita a seus contemporâneos C. Chevalley (Lie Groups) e G. de Rham (Variétés Differentiables)