PROVA 2 - GABARITO
MAP0217 / MAT0311
CÁLCULO DIFERENCIAL / CÁLCULO V

Questão 1. Os itens da questão 1 estão no Livro de Elon , Bartle ou foram desenvolvidas em aula.

Questão 2. Responda verdadeiro ou falso, justificando sua resposta nas seguintes questões:

a, 2) Toda função f de classe C^2 em $\mathbb{R}^3$ que satisfaz a

$$\sum_{i=1}^{3} x_i^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} + \sum_{i=1}^{3} x_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = 0$$

é tal que $h = f(\exp x_1, \exp x_2, \exp x_3)$ satisfaz a

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{\partial^2 h}{\partial x_i^2} = 0.$$

Demonstração. **Verdadeiro**

Basta calcularmos $\frac{\partial^2 h}{\partial x_i^2}$ pela regra da cadeia e então realizar a soma.

Temos então que: $\frac{\partial h}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} f(\exp x_1, \exp x_2, \exp x_3) = \frac{\partial f}{\partial x_i}(b). \exp x_i$, onde $b = (\exp x_1, \exp x_2, \exp x_3)$.

E então, usando a regra do produto para derivação, $\frac{\partial^2 h}{\partial x_i^2} = \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_i}(\exp x_1, \exp x_2, \exp x_3). \exp x_i = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(b). \exp x_i^2 + \frac{\partial f}{\partial x_i}(b). \exp x_i$.

Chamando $y_i = \exp x_i$ e fazendo a soma temos, pela condição sobre f, que h satisfaz a igualdade desejada.

$\square$

b, 2) Toda função diferenciável em $\mathbb{R}^2$ com derivadas parciais (com relação às 2 variáveis) limitadas uniformemente em $\mathbb{R}^2$ é de Lipschitz em $\mathbb{R}^2$.

Demonstração. **Verdadeiro**

É consequência imediata da aplicação da Desigualdade do Valor Médio, tomando como constante de Lipschitz a constante que aparece nesta desigualdade.

$\square$