# LISTA 1
# MAP0217 / MAT0311
# CÁLCULO DIFERENCIAL / CÁLCULO V

**Exercício 1.** Mostre que a interseção de uma coleção qualquer de conjuntos convexos em $\mathbb{R}^n$é convexa. Dê um exemplo que mostre que a união de dois conjuntos convexos, de interseção não vazia, pode não ser convexa.

**Exercício 2.** Se $A$ e $B$ são conjuntos abertos em $\mathbb{R}$, mostre que o produto cartesiano $A \times B$ é aberto em $\mathbb{R}^2$.

**Exercício 3.** Existe um conjunto $A \subset \mathbb{R}^n$ tal que $\text{int}A = \emptyset$ mas $\bar{A} = \mathbb{R}^n$?

**Exercício 4.** Considere as seqüências $(x_n)$ e $(y_n)$ em $\mathbb{R}^n$. Seja $(z_n)$ a seqüência "embaralhada" definida por:

$$z_1 = x_1,\ z_2 = y_1,\ z_3 = x_2,\ z_4 = y_2, \ldots$$

$$z_{2n} = y_n,\ z_{2n+1} = x_{n+1}, \ldots$$

É verdade que $(z_n)$ é convergente se, e somente se, $(x_n)$ e $(y_n)$ são convergentes e $\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} y_n$?

**Exercício 5.** Seja $a \in A$ o limite da seqüência $(x_n)$. Prove que se $A$ é aberto então no máximo um número finito de elementos de $(x_n)$ não pertence a $A$.

**Exercício 6.** Prove que $K \subset \mathbb{R}^n$ é compacto se, e somente se, toda cobertura aberta de $K$ admite uma subcobertura finita.

**Exercício 7.** Sejam $A_1, A_2, A_3, \ldots$ conjuntos em $\mathbb{R}^n$.

(1) Se $B_n = \bigcup_{i=1}^n A_i$, mostre que $\bar{B} = \bigcup_{i=1}^n \bar{A}_i$ para todo $n \geq 1$.

(2) Se $B = \bigcup_{i=1}^\infty A_i$, moster que $\bar{B} \supset \bigcup_{i=1}^\infty \bar{A}_i$. Dê um exemplo em que a inclusão é própria.