

LISTA 4
MAP0217 / MAT0311
CÁLCULO DIFERENCIAL / CÁLCULO V

Exercício 1. Seja f um caminho de classe C^k , $k \geq 3$, parametrizado por comprimento de arco, s , e suponha que f é biregular (i.é. $T = f' \neq 0$ e $f'' \neq 0$). Defina a *curvatura*, κ , por $\kappa = |T'|$. Prove que o vetor *binormal*, definido por $B = T \wedge N$, satisfaz a B' é um múltiplo de N . O fator de proporcionalidade, τ , é chamado de *torção* de f . Assim temos: $T' = \kappa N$ e $B' = \tau N$.

a) Prove que $N' = -\kappa T - \tau B$.

b) Prove que a imagem de f está contida num plano se, e somente se, $\tau(s)$ é identicamente nula.

c) Seja Ω uma matriz ortogonal positiva, isto é: $\Omega\Omega^t = I$ e $\det \Omega = 1$.

Prove que $f_1 = \Omega f$ e f tem as mesmas funções de curvatura e de torção.

Nota1.- Aqui \wedge é o produto vetorial, também denotado por \times .

Nota2.- A base ortonormal positiva $T(s), N(s), B(s)$ em cada ponto $f(s)$, chama-se triedro (ou referencial) de Frenet. As equações $T' = \kappa N$, $N' = -\kappa T - \tau B$, e $B' = \tau N$, são chamadas *equações de Frenet* da curva (caminho) f .

Exercício 2. Resolva os seguintes exercícios propostos entre as páginas 52 e 54 do Livro de Elon:

a.- Seção 2, número 2.

b.- Seção 3, número 3.

c.- Seção 3, número 5.

Recomendação: Olhe as sugestões de solução só em caso de emergência.