MAC 110 – Introdução à Computação – BM e BMA

Terceiro Exercício-Programa (EP3): Lojas PontoChic

Data de entrega: **12 de junho de 2012**

A crise econômica afugentou os clientes das Lojas PontoChic. Para atraí-los de volta, os Srs. Sabitudo e Sabinada, diretores da famosa rede de lojas, decidiram flexibilizar as formas de pagamento e de crédito aos clientes.

Por causa da variação constante dos juros no país, e da alteração dos preços dos produtos devido às promoções, os diretores depararam-se com o seguinte problema: *como prover os vendedores com uma ferramenta que lhes permitam responder 'num piscar de olhos' as questões formuladas pelos clientes a respeito dos diversos planos de crediário já existentes, ou sobre outros possíveis planos que sejam compatíveis com a disponibilidade financeira dos clientes?*

Para resolver esse problema, os diretores Sabitudo e Sabinada, cientes da boa fama dos estudantes do Bacharelado da Matemática da USP, contrataram **você** (você mesmo!) como programador(a), incumbindo-o(a) de fazer um programa que seja capaz de calcular algumas opções de crédito, descritas a seguir.

Você pode considerar que todos os planos de pagamento têm prestações e juros fixos. A primeira prestação é paga sempre no ato da compra. Você pode assumir também que os juros são sempre positivos e não maiores que 200% ao mês. As fórmulas dadas também consideram que os juros estão na forma fracionária, ou seja, um juro de 5% corresponde nas fórmulas ao valor $0,05$.

A seguir descrevemos os vários problemas (opções de crédito) levantados pelos diretores, e indicamos como você pode resolver esses problemas. Temos certeza que, como um bom(boa) aluno(a) da disciplina MAC110, você irá se desincumbir muito facilmente desta tarefa!

1 Cálculo do valor à vista

Um dos problemas levantados é o de saber o valor à vista correspondente a um plano de pagamento.

Ou seja, deseja-se calcular o valor à vista v, dados o número n de meses, o valor p de cada prestação e o valor j dos juros mensais cobrados. Sabe-se que vale a igualdade

$$v = p + \frac{p}{1+j} + \frac{p}{(1+j)^2} + \cdots + \frac{p}{(1+j)^{n-1}}.$$

Como a soma acima é a soma de uma progressão geométrica, a fórmula pode ser simplificada para

$$v = \frac{p}{j}\left(1 + j - \frac{1}{(1+j)^{n-1}}\right). \tag{1}$$

2 Cálculo do valor das prestações

Outro problema levantado é o de calcular o valor das prestações quando são dados o valor à vista v, o número de prestações n e os juros j cobrados.

O cálculo pode ser facilmente deduzido de (1):

$$p = \frac{vj}{1 + j - 1/(1+j)^{n-1}}.$$

3 Cálculo do valor dos juros

O próximo problema é calcular o valor j dos juros, dados o valor à vista v, o valor p das prestações e o número n de prestações mensais. Neste caso, o problema consiste em encontrar um j que torne a seguinte função $f(j)$ igual a zero (compare com (1)):

$$f(j) = v - \frac{p}{j}\left(1 + j - \frac{1}{(1+j)^{n-1}}\right). \tag{2}$$

O método que você deve implementar para calcular o zero dessa função é descrito na Seção 7.

4 Cálculo do número de prestações

Dado um valor à vista v, um juro mensal j e um valor máximo de prestação p, o próximo problema é o de determinar o número de meses e o valor exato da prestação a ser paga. O valor exato a ser encontrado é fixo e é o maior possível (menor que p). Um detalhe: os diretores não permitem fazer um crediário que ultrapassasse 8 anos (96 meses). O método que você deve implementar é o seguinte:

1. Fixe j e p e calcule o menor n para o qual o valor à vista é maior ou igual a v, considerando-se o valor dado de p. (Como é bom ter um computador para fazer esse tipo de busca!) Note que, como o número de prestações tem que ser no máximo 96 (8 anos), para que tal n exista, é necessário e suficiente que
$$v < \frac{p}{j}\left(1 + j - \frac{1}{(1+j)^{96-1}}\right).$$
2. Tendo encontrado o valor de n (do item anterior), precisamos encontrar $p' \leq p$ para o qual
$$v = \frac{p'}{j}\left(1 + j - \frac{1}{(1+j)^{n-1}}\right).$$

5 Funções a serem implementadas

O seu programa deve, obrigatoriamente, conter *pelo menos* as seguintes funções. Encorajamos você a implementar outras funções (à sua escolha).

1. ```
   double pot(double x, int n);
   /* Dados um valor real x e um inteiro n >= 0, a função devolve o     */
   /* valor da enésima potência de x.                                    */
   ```
2. ```
   double valor_a_vista(double p, double j, int n);
   /* Dados o valor da prestação p, o valor dos juros j e o número de   */
   /* prestações n, a função devolve o valor à vista correspondente.    */
   ```
3. ```
   double valor_prestacao(double v, double j, int n);
   /* Dados o valor à vista v, o valor dos juros j e o número de         */
   /* prestações n, a função devolve o valor da prestação a ser pago.    */
   ```
4. ```
   double valor_juros(double v, double p, int n);
   /* Dados o valor à vista v, o valor das prestações p e o número de    */
   /* prestações n, a função devolve o valor dos juros que está sendo    */
   /* cobrado.                                                           */
   ```
5. ```
   double  acha_zero(double v, double p, int n);
   /* Esta função devolve o valor de j para o qual a função f(j) da      */
   /* Seção 3 tem valor zero.                                            */
   ```
   ```

6 Entrada e Saída

Os dados de entrada serão lidos de um arquivo. Será disponibilizado em breve um texto exemplo para mostrar como isso pode ser feito. O nome do arquivo de entrada deve ser, **obrigatoriamente, "entrada.txt"**. A primeira linha desse arquivo deve conter um número inteiro indicando quantos problemas deverão ser analisados. A seguir, cada linha do arquivo estará correspondendo a um problema e conterá um caractere seguido de três números reais ou de dois números reais e um terceiro número inteiro. Mais precisamente, você deve prever 4 casos:

1. se o primeiro caractere é um 'v', os números correspondem, na ordem, ao valor da prestação, ao valor dos juros e ao número de meses. Neste caso, desejamos encontrar o valor à vista correspondente.

2. se o primeiro caractere é um 'p', os números correspondem, na ordem, ao valor à vista a ser pago, ao valor dos juros e ao número de meses. Neste caso, desejamos encontrar o valor da prestação.

3. se o primeiro caractere é um 'j', os números correspondem, na ordem, ao valor à vista a ser pago, ao valor da prestação e ao número de meses. Neste caso, desejamos encontrar o valor dos juros. Você pode supor que o valor à vista é menor que o número de meses multiplicado pelo valor das prestações.

4. se o primeiro caractere é um 'n', os números correspondem, na ordem, ao valor à vista a ser pago, ao valor máximo da prestação e ao valor dos juros. Neste caso, desejamos encontrar, se possível, o número de meses e o valor exato da prestação.

A saída deverá também ser gravada em um arquivo chamado, **obrigatoriamente**, de **"saida.txt"**. O arquivo de saída deve conter um cabeçalho com pelo menos o seu nome e número usp. A cada linha do arquivo de entrada devem corresponder três linhas do arquivo de saída. A primeira linha mostra os dados de entrada, a segunda linha a resposta calculada e a terceira linha fica em branco.

6.1 Exemplo de Entrada e Saída

Considere que o arquivo "entrada.txt" tenha o seguinte conteúdo.

```
19
v  70.00   3.2   15
p 850.05   3.2   15
n 850.05  70.0  3.2
j 850.05  70.0   15
v  70  1  15
p 980.26 1  15
n 980.25 70.0  1
j 980.25 70.0  15
v  90 50 2
p 150 50 2
n 150 90 50
j 150 90 2
v 1000 200 10
p 1499.97 200 10
n 1499.97 1000 200
j 1499.97 1000 10
n 1200 100 10
```

```
n 20810 1000 5
n 20805.8 1000 5
```

Um possível arquivo "saida.txt" é mostrado a seguir. Como os valores obtidos abaixo envolvem contas com números reais, podem ocorrer pequenas divergências entre os resultados abaixo e os seus resultados, devido a erros de arredondamento.

```
*******************************************************
*****                                              ****
*****  Terceiro Exercicio Programa - MAC11         ****
*****  Processamento do arquivo entrada.txt        ****
*****  Aluno:  Espertinho Começacedo               ****
*****  Numero USP: xxxxxxxxxx                      ****
*****  Professora: yyyyyyyyyyy (sem erros, please!)****
*****  Turma: xx                                   ****
*****                                              ****
*******************************************************

Prestacao = 70.00   Juros = 3.20%   Meses = 15
Valor a vista: 850.05

Valor a vista = 850.05   Juros = 3.20%   Meses = 15
Valor da prestacao: 70.00

Valor a vista = 850.05   Prestacao = 70.00   Juros = 3.20%
Valor da prestacao: 70.00   Numero de meses: 15

Valor a vista = 850.05   Prestacao = 70.00   Meses = 15
Valor dos juros: 3.20%

Prestacao = 70.00   Juros = 1.00%   Meses = 15
Valor a vista: 980.26

Valor a vista = 980.26   Juros = 1.00%   Meses = 15
Valor da prestacao: 70.00

Valor a vista = 980.25   Prestacao = 70.00   Juros = 1.00%
Valor da prestacao: 70.00   Numero de meses: 15

Valor a vista = 980.25   Prestacao = 70.00   Meses = 15
Valor dos juros: 1.00%

Prestacao = 90.00   Juros = 50.00%   Meses = 2
Valor a vista: 150.00

Valor a vista = 150.00   Juros = 50.00%   Meses = 2
Valor da prestacao: 90.00

Valor a vista = 150.00   Prestacao = 90.00   Juros = 50.00%
Valor da prestacao: 90.00   Numero de meses: 2

Valor a vista = 150.00   Prestacao = 90.00   Meses = 2
Valor dos juros: 50.00%

Prestacao = 1000.00   Juros = 200.00%   Meses = 10
```

```
Valor a vista: 1499.97

Valor a vista = 1499.97   Juros = 200.00%   Meses = 10
Valor da prestacao: 1000.00

Valor a vista = 1499.97   Prestacao = 1000.00   Juros = 200.00%
Valor da prestacao: 1000.00   Numero de meses: 10

Valor a vista = 1499.97   Prestacao = 1000.00   Meses = 10
Valor dos juros: 200.00%

Valor a vista = 1200.00   Prestacao = 100.00   Juros = 10.00%
Nao e' possivel pagar o valor a vista

Valor a vista = 20810.00   Prestacao = 1000.00   Juros = 5.00%
Nao e' possivel pagar o valor a vista

Valor a vista = 20805.80   Prestacao = 1000.00   Juros = 5.00%
Valor da prestacao: 1000.00   Numero de meses: 96
```

7 Zero de Funções: Método de Newton

O método de Newton é um dos métodos mais gerais para resolver $f(x) = 0$. Dado x_i, uma estimativa inicial da solução x^*, o método de Newton aproxima $f(x)$ pela reta tangente ao ponto $f(x_i)$. O zero da reta tangente é tomado como nova estimativa de x^*. A Figura 1 ilustra o método de Newton. Para derivar as fórmulas usadas pelo método, vamos expandir $f(x)$ por uma série de Taylor ao redor do ponto x_i:

$$f(x) = f(x_i) + f'(x_i)(x - x_i) + \cdots.$$

A linha tangente é dada pelos dois primeiros termos da série

$$y = f(x_i) + f'(x_i)(x - x_i).$$

Igualando y a zero temos:

$$x_{i+1} = x_i - f(x_i)/f'(x_i). \tag{3}$$

Para a nossa função $f(x)$ definida por (2), temos que a sua derivada $f'(x)$ é:

$$f'(x) = \frac{p}{j^2}(1 + j - \frac{1}{(1+j)^{n-1}}) - \frac{p}{j}(1 + \frac{n-1}{(1+j)^n}). \tag{4}$$

Um possível algoritmo para o método é:

1. Comece com $i = 0$ e escolha um valor inicial x_0;
2. Calcule x_{i+1} usando (3), (2) e (4).
3. Se $|x_{i+1} - x_i| \leq \text{tol}_1$ então pare.
4. Se $|f(x_{i+1})| \leq \text{tol}_2$ então pare.
5. Faça $x_i = x_{i+1}$ e retorne ao passo 2.

Para a implementação do programa, você pode assumir que as tolerâncias tol_1 e tol_2 sejam $\text{tol}_1 = \text{tol}_2 = 0.0001$, e como valor inicial adote $x_{i=0} = 0.10 = 10\%$.

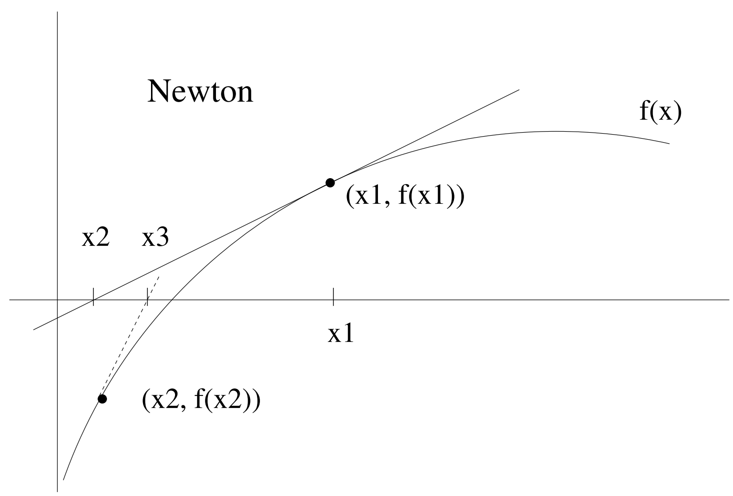

Figura 1: Ilustração do Método de Newton.