

**MAC 115 – Introdução à Computação para Ciências Exatas e Tecnologia**

INSTITUTO DE FÍSICA – SEGUNDO SEMESTRE DE 2007 - BACHARELADO DIURNO

Segundo Exercício-Programa (EP2)

Prazo de entrega: 31/outubro/2007

Lojas PontoChic

A crise econômica afugentou os clientes das Lojas PontoChic. Para atraí-los de volta, os Srs. Sabitudo e Sabinada, diretores da famosa rede de lojas, decidiram flexibilizar as formas de pagamento e de crédito aos clientes.

Por causa da variação constante dos juros no país, e da alteração dos preços dos produtos devido às promoções, os diretores depararam-se com o seguinte problema: *como prover os vendedores com uma ferramenta que lhes permitam responder ‘num piscar de olhos’ as questões formuladas pelos clientes a respeito dos diversos planos de crediário já existentes, ou sobre outros possíveis planos que sejam compatíveis com a disponibilidade financeira dos clientes?*

Para resolver esse problema, os diretores Sabitudo e Sabinada, cientes da boa fama dos estudantes do Bacharelado da Física da USP, contrataram  **você**  (você mesmo!) como programador(a), incumbindo-o(a) de fazer um programa que seja capaz de calcular algumas opções de crédito, descritas a seguir.

Você pode considerar que todos os planos de pagamento têm prestações e juros fixos. A primeira prestação é paga sempre no ato da compra. Você pode assumir também que os juros são sempre positivos e não maiores que 200% ao mês. As fórmulas dadas também consideram que os juros estão na forma fracionária, ou seja, um juro de 5% corresponde nas fórmulas ao valor 0,05.

A seguir descrevemos os vários problemas (opções de crédito) levantados pelos diretores, e indicamos como você pode resolver esses problemas. Temos certeza que, como um bom(boa) aluno(a) da disciplina MAC115, você irá se desincumbir muito facilmente desta tarefa!

## 1 Cálculo do valor à vista

Um dos problemas levantados é o de saber o valor à vista correspondente a um plano de pagamento.

Ou seja, deseja-se calcular o valor à vista  $v$ , dados o número  $n$  de meses, o valor  $p$  de cada prestação e o valor  $j$  dos juros mensais cobrados. Sabe-se que vale a igualdade

$$v = p + \frac{p}{1+j} + \frac{p}{(1+j)^2} + \cdots + \frac{p}{(1+j)^{n-1}}.$$

Como a soma acima é a soma de uma progressão geométrica, a fórmula pode ser simplificada para

$$v = \frac{p}{j} \left( 1 + j - \frac{1}{(1+j)^{n-1}} \right). \quad (1)$$

## 2 Cálculo do valor das prestações

Outro problema levantado é o de calcular o valor das prestações quando são dados o valor à vista  $v$ , o número de prestações  $n$  e os juros  $j$  cobrados.

O cálculo pode ser facilmente deduzido de (??):

$$p = \frac{vj}{1 + j - 1/(1 + j)^{n-1}}.$$

### 3 Cálculo do valor dos juros

O próximo problema é calcular o valor  $j$  dos juros, dados o valor à vista  $v$ , o valor  $p$  das prestações e o número  $n$  de prestações mensais. Neste caso, o problema consiste em encontrar um  $j$  que torne a seguinte função  $f(j)$  igual a zero (compare com (??)):

$$f(j) = v - \frac{p}{j} \left( 1 + j - \frac{1}{(1 + j)^{n-1}} \right). \quad (2)$$

O método que você deve implementar para calcular o zero dessa função é descrito na Seção ??.

### 4 Cálculo do número de prestações

Dado um valor à vista  $v$ , um juro mensal  $j$  e um valor máximo de prestação  $p$ , o próximo problema é o de determinar o número de meses e o valor exato da prestação a ser paga. O valor exato a ser encontrado é fixo e é o maior possível (menor que  $p$ ). Um detalhe: os diretores não permitem fazer um crediário que ultrapassasse 8 anos (96 meses). O método que você deve implementar é o seguinte:

1. Fixe  $j$  e  $p$  e calcule o menor  $n$  para o qual o valor à vista é maior ou igual a  $v$ , considerando-se o valor dado de  $p$ . (Como é bom ter um computador para fazer esse tipo de busca!) Note que, como o número de prestações tem que ser no máximo 96 (8 anos), para que tal  $n$  exista, é necessário e suficiente que

$$v < \frac{p}{j} \left( 1 + j - \frac{1}{(1 + j)^{96-1}} \right).$$

2. Tendo encontrado o valor de  $n$  (do item anterior), precisamos encontrar  $p' \leq p$  para o qual

$$v = \frac{p'}{j} \left( 1 + j - \frac{1}{(1 + j)^{n-1}} \right).$$

### 5 Funções a serem implementadas

O seu programa deve, obrigatoriamente, conter *pele menos* as seguintes funções. Encorajamos você a implementar outras funções (à sua escolha).

1. `double pot(double x, int n);`  
/\* Dados um valor real x e um inteiro n >= 0, a função devolve o \*/  
/\* valor da enésima potência de x. \*/
2. `double valor_a_vista(double p, double j, int n);`  
/\* Dados o valor da prestação p, o valor dos juros j e o número de \*/  
/\* prestações n, a função devolve o valor à vista correspondente. \*/
3. `double valor_prestacao(double v, double j, int n);`  
/\* Dados o valor à vista v, o valor dos juros j e o número de \*/  
/\* prestações n, a função devolve o valor da prestação a ser pago. \*/

```

4. double valor_juros(double v, double p, int n);
   /* Dados o valor à vista v, o valor das prestações p e o número de */
   /* prestações n, a função devolve o valor dos juros que está sendo */
   /* cobrado. */

5. double acha_zero(double v, double p, int n);
   /* Esta função devolve o valor de j para o qual a função f(j) da */
   /* Seção 3 tem valor zero. */

```

## 6 Entrada e Saída

Os dados de entrada serão lidos de um arquivo. (Para isso, você deve executar o seu programa usando comandos de redirecionamento. O seu professor irá explicar como fazer isso.) O nome do arquivo de entrada deve ser, **obrigatoriamente**, “**entrada.txt**”. A primeira linha desse arquivo deve conter um número inteiro indicando quantos problemas deverão ser analisados. A seguir, cada linha do arquivo estará correspondendo a um problema e conterá um caractere seguido de três números reais ou de dois números reais e um terceiro número inteiro. Mais precisamente, você deve prever 4 casos:

1. se o primeiro caractere é um ‘v’, os números correspondem, na ordem, ao valor da prestação, ao valor dos juros e ao número de meses. Neste caso, desejamos encontrar o valor à vista correspondente.
2. se o primeiro caractere é um ‘p’, os números correspondem, na ordem, ao valor à vista a ser pago, ao valor dos juros e ao número de meses. Neste caso, desejamos encontrar o valor da prestação.
3. se o primeiro caractere é um ‘j’, os números correspondem, na ordem, ao valor à vista a ser pago, ao valor da prestação e ao número de meses. Neste caso, desejamos encontrar o valor dos juros. Você pode supor que o valor à vista é menor que o número de meses multiplicado pelo valor das prestações.
4. se o primeiro caractere é um ‘n’, os números correspondem, na ordem, ao valor à vista a ser pago, ao valor máximo da prestação e ao valor dos juros. Neste caso, desejamos encontrar, se possível, o número de meses e o valor exato da prestação.

A saída deverá também ser gravada em um arquivo chamado, **obrigatoriamente**, de “**saida.txt**”. O arquivo de saída deve conter um cabeçalho com pelo menos o seu nome e número usp. A cada linha do arquivo de entrada devem corresponder três linhas do arquivo de saída. A primeira linha mostra os dados de entrada, a segunda linha a resposta calculada e a terceira linha fica em branco.

### 6.1 Exemplo de Entrada e Saída

Considere que o arquivo “**entrada.txt**” tenha o seguinte conteúdo.

```

19
v 70.00 3.2 15
p 850.05 3.2 15
n 850.05 70.0 3.2
j 850.05 70.0 15
v 70 1 15
p 980.26 1 15
n 980.25 70.0 1

```

```

j 980.25 70.0 15
v 90 50 2
p 150 50 2
n 150 90 50
j 150 90 2
v 1000 200 10
p 1499.97 200 10
n 1499.97 1000 200
j 1499.97 1000 10
n 1200 100 10
n 20810 1000 5
n 20805.8 1000 5

```

Um possível arquivo “saida.txt” é mostrado a seguir. Como os valores obtidos abaixo envolvem contas com números reais, podem ocorrer pequenas divergências entre os resultados abaixo e os seus resultados, devido a erros de arredondamento.

```

*****
*****                               ****
***** Segundo Exercicio Programa MAC115      ****
***** Processamento do arquivo entrada.txt   ****
***** Programa escrito por: Espertinho Começacedo ****
***** Numero USP: 9914045                     ****
***** Professor: Helper dos Esforçados        ****
***** Turma: xx                                ****
*****                               ****
*****

```

Prestacao = 70.00 Juros = 3.20% Meses = 15  
Valor a vista: 850.05

Valor a vista = 850.05 Juros = 3.20% Meses = 15  
Valor da prestacao: 70.00

Valor a vista = 850.05 Prestacao = 70.00 Juros = 3.20%  
Valor da prestacao: 70.00 Numero de meses: 15

Valor a vista = 850.05 Prestacao = 70.00 Meses = 15  
Valor dos juros: 3.20%

Prestacao = 70.00 Juros = 1.00% Meses = 15  
Valor a vista: 980.26

Valor a vista = 980.26 Juros = 1.00% Meses = 15  
Valor da prestacao: 70.00

Valor a vista = 980.25 Prestacao = 70.00 Juros = 1.00%  
Valor da prestacao: 70.00 Numero de meses: 15

Valor a vista = 980.25 Prestacao = 70.00 Meses = 15  
Valor dos juros: 1.00%

Prestacao = 90.00 Juros = 50.00% Meses = 2  
Valor a vista: 150.00

Valor a vista = 150.00 Juros = 50.00% Meses = 2  
Valor da prestacao: 90.00

Valor a vista = 150.00 Prestacao = 90.00 Juros = 50.00%  
Valor da prestacao: 90.00 Numero de meses: 2

Valor a vista = 150.00 Prestacao = 90.00 Meses = 2  
Valor dos juros: 50.00%

Prestacao = 1000.00 Juros = 200.00% Meses = 10  
Valor a vista: 1499.97

Valor a vista = 1499.97 Juros = 200.00% Meses = 10  
Valor da prestacao: 1000.00

Valor a vista = 1499.97 Prestacao = 1000.00 Juros = 200.00%  
Valor da prestacao: 1000.00 Numero de meses: 10

Valor a vista = 1499.97 Prestacao = 1000.00 Meses = 10  
Valor dos juros: 200.00%

Valor a vista = 1200.00 Prestacao = 100.00 Juros = 10.00%  
Nao e' possivel pagar o valor a vista

Valor a vista = 20810.00 Prestacao = 1000.00 Juros = 5.00%  
Nao e' possivel pagar o valor a vista

Valor a vista = 20805.80 Prestacao = 1000.00 Juros = 5.00%  
Valor da prestacao: 1000.00 Numero de meses: 96

## 7 Zero de Funções: Método de Newton

O método de Newton é um dos métodos mais gerais para resolver  $f(x) = 0$ . Dado  $x_i$ , uma estimativa inicial da solução  $x^*$ , o método de Newton aproxima  $f(x)$  pela reta tangente ao ponto  $f(x_i)$ . O zero da reta tangente é tomado como nova estimativa de  $x^*$ . A Figura ?? ilustra o método de Newton. Para derivar as fórmulas usadas pelo método, vamos expandir  $f(x)$  por uma série de Taylor ao redor do ponto  $x_i$ :

$$f(x) = f(x_i) + f'(x_i)(x - x_i) + \dots$$

A linha tangente é dada pelos dois primeiros termos da série

$$y = f(x_i) + f'(x_i)(x - x_i).$$

Igualando  $y$  a zero temos:

$$x_{i+1} = x_i - f(x_i)/f'(x_i). \quad (3)$$

Para a nossa função  $f(x)$  definida por (??), temos que a sua derivada  $f'(x)$  é:

$$f'(x) = \frac{p}{j^2} \left( 1 + j - \frac{1}{(1+j)^{n-1}} \right) - \frac{p}{j} \left( 1 + \frac{n-1}{(1+j)^n} \right). \quad (4)$$

Um possível algoritmo para o método é:

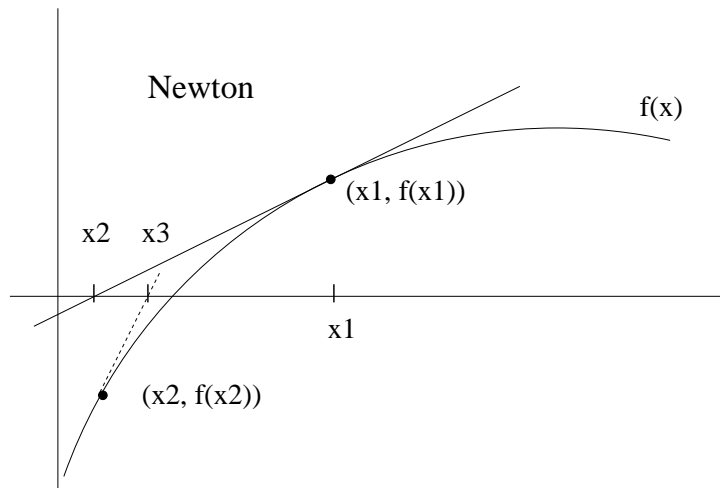


Figura 1: Ilustração do Método de Newton.

1. Comece com  $i = 0$  e escolha um valor inicial  $x_0$ ;
2. Calcule  $x_{i+1}$  usando  $(?)$ ,  $(?)$  e  $(?)$ .
3. Se  $|x_{i+1} - x_i| \leq \text{tol}_1$  então pare.
4. Se  $|f(x_{i+1})| \leq \text{tol}_2$  então pare.
5. Faça  $x_i = x_{i+1}$  e retorne ao passo 2.

Para a implementação do programa, você pode assumir que as tolerâncias  $\text{tol}_1$  e  $\text{tol}_2$  sejam  $\text{tol}_1 = \text{tol}_2 = 0.0001$ , e como valor inicial adote  $x_{i=0} = 0.10 = 10\%$ .