Prova de Seleção para o Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Turma de 2017 - 03/06/2017

Nome:____

Documento:____

Parte I: Cálculo.

Questão I-1. (2,0 pontos) Uma alternativa para se definir a função logaritmo $\ln :]0,\infty[\to \mathbb{R}$ sem necessariamente precisar da exponencial é utilizar a área sob o gráfico da função $f(x) = 1/x$ para $x > 0$, isto é, o ramo positivo da hipérbole $y = 1/x$.

Dados $a, b \in \mathbb{R}$ com $0 < a < b$, denotemos H_a^b a região entre o eixo Ox e a hipérbole $y = 1/x$ com $a \leq x \leq b$. Definimos $\ln(x)$ = área de H_1^x para $x \geq 1$ e $\ln(x)$ = $-$área de H_x^1 para $0 < x < 1$.

Com base nesta definição, prove que a função ln é estritamente crescente, isto é, se $0 < x_1 < x_2$, então $\ln(x_1) < \ln(x_2)$.

Questão I-2. (1,0 ponto) Ao resolver um limite numa avaliação, um estudante escreveu a seguinte expressão como resposta:

$$\lim_{x\to -1/2} \frac{4x^2-1}{2x+1} = \frac{(2x+1)(2x-1)}{2x+1} = (2x-1) = -2.$$

No entanto, a expressão foi considerada errada pelo corretor: por quê?

Questão I-3 (1,0 ponto) O argumento de um estudante para o cálculo de um limite foi

$$\lim_{x\to 0^+}(1+x)^{1/x} = \lim_{x\to 0^+}(1+0)^{1/x} = 1.$$

Você considera que tal argumento esteja correto? Justifique sua resposta.

Questão I-4 (2,0 pontos) Diga se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas, justificando cada uma de suas respostas, isto é, provando ou exibindo um contraexemplo:

(a) Toda função derivável em um ponto de seu domínio é contínua nesse mesmo ponto.

(b) Toda função contínua num ponto de seu domínio é derivável nesse mesmo ponto.

(c) A função tangente possui derivada maior ou igual a zero em todos os pontos de seu domínio, portanto é crescente.

(d) Uma função f cuja derivada é menor ou igual a zero num intervalo $I \subset \mathbb{R}$ é necessariamente decrescente nesse intervalo.

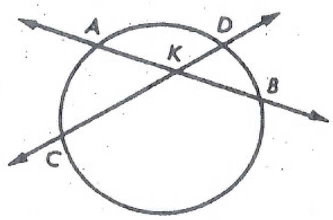
Parte II: Álgebra.

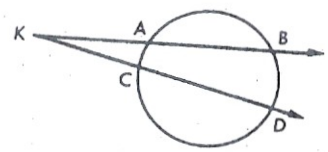
Questão II-1 (1,5 pontos) Use divisão com resto de polinômios para demonstrar o *Teorema de Bézout: o resto da divisão do polinômio* $p(x)$ *pelo polinômio* $(x - a)$ *é o número* $p(a)$.

Questão II-2 (2,5 pontos) Como você explicaria e justificaria para um aluno as fórmulas da soma de uma PA (progressão aritmética) e da soma de uma PG (progressão geométrica)?

Parte III: Geometria.
Questão III-1 (2 pontos)

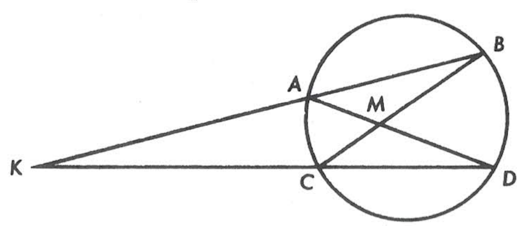
1. Prove a seguinte afirmação: A medida de um ângulo, formado por duas secantes a uma circunferência que se interceptam em um ponto interior da mesma, é a metade da soma das medidas dos arcos interceptados pelo ângulo e o ângulo oposto pelo vértice. (Veja figura abaixo à esquerda)



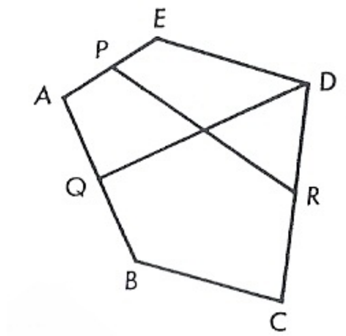


2. Prove a seguinte afirmação: A medida de um ângulo formado por duas secantes a uma circunferência, que se interceptam no exterior da circunferência, é a metade da diferença das medidas dos arcos interceptados. (Veja figura acima à direita)

3. Na figura abaixo se $m\widehat{BD} = 70$ e $m\angle DMB = 4m\angle K$, determine $m\widehat{AC}$ e $m\angle K$.



Questão III-2 (2 pontos) Diante do seguinte problema: Na figura abaixo, $\overline{ED}//\overline{BC}$, $ED = BC$ e P, Q e R são pontos médios de $\overline{AE}$, $\overline{AB}$ e $\overline{DC}$, respecti-



vamente. Demonstre que $\overline{QD}$ divide $\overline{PR}$ ao meio.

O seu aluno propôs a seguinte solução:

Temos que os triangulos ΔPQX e ΔDRX são congruentes por LLA pois $PQ = DR$, $QX = DX$ e $m(\angle PXQ) = m(\angle DXR)$. Logo $PX = XR$, como queríamos mostrar.

Discuta se esta solução dada por seu aluno está correta ou não. Se estiver parcialmente correta, indique quais afirmações dadas por ele devem ser melhor explicadas ou como a resposta deve ser complementada. Se estiver errada, identifique o(s) erro(s) e discuta como você encaminharia uma discussão em sala de aula ao resolver o problema na perspectiva de abordar o(s) erro(s) cometido(s).