MAT139 – Álgebra Linear para Computação
Lista de Exercícios 3 – 22/08/2011

Prof. Claudio Gorodski

1. Decida se os seguintes conjuntos são LI ou LD:

   a. $\{(1,1,2),(1,2,1),(3,1,1)\}$.

   b. $\{v_1-v_2, v_2-v_3, v_3-v_4, v_4-v_1\}$.

   c. $\{(1,1,0),(1,0,0),(0,1,1),(x,y,z)\}$.

2. Mostre que se $\{v_1, v_2, v_3\}$ é LI, então o mesmo pode se dizer de $\{w_1, w_2, w_3\}$, onde $w_1 = v_2 + v_3$, $w_2 = v_3 + v_1$, $w_3 = v_1 + v_2$.

3. Determinar os vetores $b \in \mathbf{R}^3$ que pertencem ao subespaço gerado pelos vetores dados em cada caso:

   a. $\{(1,1,0),(2,2,1),(0,0,2)\}$.

   b. $\{(1,2,0),(2,5,0),(0,0,2),(0,0,0)\}$.

4. Calcular bases para os seguintes subespaços de $\mathbf{R}^4$:

   a. o subespaço definido por $x_1 = 2x_4$.

   b. o subespaço definido por $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ e $x_3 + x_4 = 0$.

   c. o subespaço gerado por $(1,1,1,1)$, $(1,2,3,4)$ e $(2,3,4,5)$.

   d. os vetores cujas coordenadas são todas iguais.

   e. os vetores cuja soma das coordenadas é zero.

5. Escrever uma base para o espaço vetorial de matrizes reais 2 por 2.

6. Calcular bases de im A e im A^2 onde $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$.

7. Calcular a dimensão dos seguintes espaços:

   a. O subespaço de $\mathbf{R}^4$ definido por $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$.

   b. O espaço de todas as matrizes 3 por 3.

   c. O espaço dos polinômios reais de grau menor ou igual a 2.

8. Suponha que $\dim V = n$.

   a. Mostre que todo conjunto LI de vetores de V com n elementos é automaticamente uma base.

   b. Mostre que todo conjunto gerador de V com n vetores é automaticamente uma base.

9. Decida sobre a veracidade da afirmação dada:

   a. Se as colunas de uma matriz A são LI, então $Ax = b$ tem no máximo uma solução em x para b dado.

   b. Se as colunas de uma matriz A são LI, então $Ax = b$ tem exatamente uma solução em x para b dado.

   c. Uma matriz 5 por 7 nunca tem todas as colunas LI.

10. Determine o espaço-coluna im$A$ da matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

11. Calcular o posto e o espaço-nulo das matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

12. Sejam

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad U = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Calcular as dimensões de: (a) espaço-coluna de A, (b) espaço-coluna de U, (c) espaço-linha de A, (d) espaço-linha de U. Quais dentre esses espaços são iguais?