

MAT139 – Álgebra Linear para Computação
Lista de Exercícios 6 – 03/10/2011

PROF. CLAUDIO GORODSKI

1. Mostre que o produto de duas matrizes ortogonais é uma matriz ortogonal.
2. Aplique o processo de ortonormalização de Gram-Schmidt a

$$a = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix};$$

escreva o resultado na forma $A = QR$.

3. Idem para

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

4. Calcular uma base ortonormal para o subespaço gerado por $a_1 = (1, -1, 0, 0)$, $a_2 = (0, 1, -1, 0)$ e $a_3 = (0, 0, 1, -1)$.
5. Calcular uma base ortonormal $\{q_1, q_2, q_3\}$ de \mathbf{R}^3 tal que $\{q_1, q_2\}$ gere o espaço-coluna de

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Que espaço fundamental de A contém q_3 ? Qual é a solução pelo método dos mínimos quadrados de $Ax = b$ onde $b = (1 \ 2 \ 7)^t$?

6. Sejam $b = (1, 2)$, $a_1 = (1, 0)$, $a_2 = (1, 1)$. Mostre que a projeção ortogonal de b sobre o plano gerado por a_1 , a_2 **não** é igual à soma das projeções ortogonais de b sobre as retas geradas por a_1 e a_2 . Por que isso ocorre?
7. Qual é a reta mais próxima da parábola $y = x^2$ em $-1 \leq x \leq 1$?
8. Qual é a função da forma $a \cos x + b \sin x$ mais próxima da função $f(x) = \sin 2x$ no intervalo $[-\pi, \pi]$? Qual é a reta $cx + d$ mais próxima?
9. Calcular os coeficientes de Fourier da função $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } -\pi < x < 0, \\ 1, & \text{se } 0 < x < \pi. \end{cases}$
10.
 - a. Calcular uma base para o subespaço W de \mathbf{R}^4 definido pela equação $x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0$.
 - b. Calcular uma base para o complemento ortogonal W^\perp .
 - c. Determinar $b_1 \in W$, $b_2 \in W^\perp$ de modo que $b_1 + b_2 = b$, onde $b = (1, 1, 1, 1)$.