

MAT139 – Álgebra Linear para Computação
Lista de Exercícios 9 – 07/11/2011

PROF. CLAUDIO GORODSKI

Questão 1 Calcule A^{100} onde $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Questão 2 Calcule A^k onde $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Questão 3 Se $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}$, mostre que $A^{1024} = I$.

Questão 4 Resolver a equação diferencial $\frac{du}{dt} = Au$ onde $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ e $u(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$.

Questão 5 Resolver a equação diferencial $\frac{du}{dt} = Au$ onde $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ e $u(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Determinar todas as soluções da equação diferencial $y'' - 5y' + 4y = 0$ onde y é uma função real da variável x . Qual é a solução com $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$?

Questão 7 Verifique que todo terceiro número de Fibonacci F_{3k} é par.

Questão 8 Defina o k -ésimo número de Gibonacci G_k , $k \geq 2$, como sendo a média aritmética dos dois anteriores, $G_k = \frac{1}{2}(G_{k-1} + G_{k-2})$, e tome $G_0 = 0$, $G_1 = 1$. Escreva uma fórmula para G_k imitando o método que usamos para obter uma fórmula para os números de Fibonacci, e use essa fórmula para mostrar que $\lim_{k \rightarrow +\infty} G_k = 2/3$.

Questão 9 Suponha que as populações de coelhos c e de lobos l são governadas pelas equações

$$\begin{aligned} \frac{dc}{dt} &= 4c - 2l, \\ \frac{dl}{dt} &= c + l. \end{aligned}$$

- a. Se, inicialmente, $c = 300$ e $l = 200$, quais são as populações no instante t ?
- b. Depois de muito tempo, qual é a proporção de coelhos para lobos?

Questão 10 Uma porta está aberta entre duas salas que contêm $u(0) = 30$ pessoas e $v(0) = 10$ pessoas no instante $t = 0$. O movimento entre as salas é proporcional à diferença entre os números de pessoas em cada sala de modo que

$$\frac{du}{dt} = v - u, \quad \frac{dv}{dt} = u - v.$$

Mostre que o total de pessoas $u + v$ permanece constante. Quantas pessoas há em cada sala no instante $t = 1$?

Questão 11 Calcular e^{tA} onde $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Questão 12 Calcular e^{tA} onde $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Questão 13 Você consegue repetir o exercício 6 para a equação diferencial $y'' + 2y' + y = 0$? (Sugestão: $y(x) = xe^{\lambda x}$.)