

**MAT143 – Cálculo para Ciências Biológicas**  
**Respostas da Lista de Exercícios 7**

2. Usaremos a fórmula

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{1}{2}f''(\bar{x})(x - a)^2$$

para algum  $\bar{x}$  entre  $a$  e  $x$ . Então

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x - a)$$

é o valor aproximado e

$$E(x) = \frac{1}{2}f''(\bar{x})(x - a)^2$$

é o erro cometido.

(a) Tomamos  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $a = 4$  e  $x = 4,01$ . Então  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  e  $f''(x) = -\frac{1}{4\sqrt{x^3}}$ . Portanto  $f'(4) = \frac{1}{4}$ . Assim o valor aproximado é

$$2 + \frac{1}{4}(0,01) = 2,0025$$

O erro cometido deve ser estimado. Temos

$$|E(4,01)| = \left| -\frac{1}{8\sqrt{\bar{x}^3}}(0,01)^2 \right| = \frac{1}{8\sqrt{\bar{x}^3}}10^{-4}$$

Como  $\frac{1}{\sqrt{x^3}}$  é uma função decrescente e  $4 < \bar{x}$ , temos

$$\frac{1}{\sqrt{\bar{x}^3}} < \frac{1}{\sqrt{4^3}} = \frac{1}{8}$$

Portanto

$$|E(4,01)| < \frac{1}{64}10^{-4}$$

(b) Valor aproximado:  $2 + \frac{1}{6}10^{-2}$

Erro cometido é no máximo:  $\frac{1}{72}10^{-4}$ .

(c) Valor aproximado: 1

Erro cometido é no máximo: 0,02

(d) Como no item (a), escolhemos  $f(x) = \sqrt{x}$ . Fazemos  $a = 9$ . Então o valor aproximado é  $3 - \frac{1}{6}10^{-2}$ . O erro cometido em valor absoluto é

$$|E(8,99)| = \frac{1}{8} \frac{1}{\sqrt{\bar{x}^3}}10^{-4}$$

Como  $\frac{1}{\sqrt{x^3}}$  é uma função decrescente, para estimar o erro cometido precisamos avaliá-la em um ponto à esquerda de  $\bar{x}$ . Note que  $8,99 < \bar{x} < 9$ , então 9 está à direita e não serve. Podemos tomar 4, pois  $4 < 8,99 < \bar{x}$ . Assim

$$|E(8,99)| < \frac{1}{64}10^{-4}$$