MAT211 – Cálculo Diferencial e Integral III
Lista de Exercícios 4 – 15/04/2010

Prof. Claudio Gorodski

1. Calcular a integral de linha do campo de vetores F ao longo do caminho indicado:

   a. $F(x,y) = (x^2 - 2xy, y^2 - 2xy)$, de $(-1,1)$ a $(1,1)$ ao longo da parábola $y = x^2$.

   b. $F(x,y) = (2a - y, x)$, ao longo do caminho descrito por $\gamma(t) = (a(t - \sin t), a(1 - \cos t))$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

   c. $F(x,y,z) = (y^2 - z^2, 2yz, -x^2)$, ao longo de $\gamma(t) = (t, t^2, t^3)$, $0 \leq t \leq 1$.

   d. $F(x,y) = (x^2 + y^2, x^2 - y^2)$, de $(0,0)$ a $(2,0)$ ao longo da curva $y = 1 - |1 - x|$.

   e. $F(x,y) = (x + y, x - y)$ uma volta ao redor da elipse $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ no sentido anti-horário.

   f. $F(x,y,z) = (2xy, x^2 + z, y)$, de $(1,0,2)$ a $(3,4,1)$ ao longo de um segmento de reta.

   g. $F(x,y,z) = (x, y, xz - y)$, de $(0,0,0)$ a $(1,2,4)$ ao longo de um segmento de reta.

   h. $F(x,y,z) = (x, y, xz - y)$, ao longo do caminho descrito por $\gamma(t) = (t^2, 2t, 4t^3)$, $0 \leq t \leq 1$.

2. Calcular a integral de linha indicada:

   a. $\int_C (x^2 - 2xy)\,dx + (y^2 - 2xy)\,dy$, onde C é um caminho entre $(-2,4)$ e $(1,1)$ ao longo da parábola $y = x^2$.

   b. $\int_C \dfrac{(x+y)\,dx - (x-y)\,dy}{x^2 + y^2}$, onde C é o círculo $x^2 + y^2 = a^2$ percorrido uma vez no sentido anti-horaŕio.

   c. $\int_C \dfrac{dx + dy}{|x| + |y|}$, onde C é o quadrado de vértices $(1,0)$, $(0,1)$, $(-1,0)$ e $(0,-1)$, percorrido uma vez no sentido anti-horário.

   d. $\int_C y\,dx + z\,dy + x\,dz$, onde:

      (a) C é a curva de intersecção das duas superfícies $x + y = 2$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 2(x + y)$. A curva deve ser percorrida uma vez, no sentido horário quando avistada da origem.

      (b) C é a curva de intersecção das duas superfícies $z = xy$ e $x^2 + y^2 = 1$. A curva deve ser percorrida uma vez, no sentido anti-horário quando avistada bem de cima do plano xy.

3. Um campo de força é dado por $F(x, y, z) = (x, y, xz - y)$. Calcular o trabalho realizado por F quando uma partícula se move de $(0, 0, 0)$ a $(1, 2, 4)$ ao longo do segmento de reta unindo esses dois pontos.

4. Um campo de força é dado por $F(x, y, z) = (yz, xz, x(y + 1))$. Calcular o trabalho realizado por F quando uma partícula se move uma vez ao redor do triângulo de vértices $(0, 0, 0)$, $(1, 1, 1)$ $(-1, 1, -1)$ nessa ordem.

5. Calcular as integrais:

a. $\int_C (x + y)\, ds$, onde C é o triângulo de vértices $(0, 0)$, $(1, 0)$ e $(0, 1)$, percorrido uma vez no sentido anti-horário.

b. $\int_C y^2\, ds$, onde C é parametrizada por $\gamma(t) = (a(t - \sin t), a(1 - \cos t))$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

6. Considere um fio semicircular de raio r. Mostre que o centróide se situa no eixo de simetria a uma distância de $2r/\pi$ do centro.

7. Um arame tem a forma circular $x^2 + y^2 = r^2$. Calcular sua massa sabendo que a densidade de massa em (x, y) é $|x| + |y|$.

8. Calcular a massa de uma arame cuja forma é aquela da intersecção da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e o plano $x + y + z = 0$, sabendo que a densidade de massa em (x, y, z) é x^2.