MAT211 – Cálculo Diferencial e Integral III
Lista de Exercícios 5 – 10/05/2011

Prof. Claudio Gorodski

1. Calcular as integrais duplas através de integrais iteradas:

   a. $\int\int_Q xy(x+y)\,dxdy$, onde $Q = [0,1] \times [0,1]$.

   b. $\int\int_Q (x^3 + 3x^2y + y^3)\,dxdy$, onde $Q = [0,1] \times [0,1]$.

   c. $\int\int_Q (\sqrt{y} + x - 3xy^2)\,dxdy$, onde $Q = [0,1] \times [1,3]$.

   d. $\int ! \int_Q \sin^2 x \sin^2 y\,dxdy$, onde $Q = [0,\pi] \times [0,\pi]$.

   e. $\int ! \int_Q \sin(x+y)\,dxdy$, onde $Q = [0,\pi/2] \times [0,\pi/2]$.

   f. $\int ! \int_Q |\cos(x+y)|\,dxdy$, onde $Q = [0,\pi] \times [0,\pi]$.

   g. $\int ! \int_Q f(x+y)\,dxdy$, onde $Q = [0,2] \times [0,2]$ e $f(t)$ denota o maior inteiro $\leq t$.

   h. $\int_Q y^{-3} e^{tx/y}\,dxdy$, onde $Q = [0,t] \times [1,t]$ e $t > 0$.

   i. Seja f definida no retângulo $Q = [0,1] \times [0.1]$ como a seguir:

   $$f(x,y) = \begin{cases} 1 - x - y & \text{se } x + y \leq 1, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

   Calcular o volume do sólido delimitado pelo gráfico de f e pelo plano $z = 0$.

2. Calcular as integrais duplas através de integrais iteradas:

   a. $\int\int_S x\cos(x+y)\,dxdy$, onde S é a região triangular de vértices $(0,0)$, $(\pi,0)$, (π,π).

   b. $\int\int_S (1+x)\sin y\,dxdy$, onde S é o quadrilátero de vértices $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,2)$, $(0,1)$.

   c. $\int\int_S e^{x+y}\,dxdy$, onde $S = \{(x,y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$.

   d. $\int\int_S x^2y^2\,dxdy$, onde S é a região do primeiro quadrante entre as hipérboles $xy = 1$ e $xy = 2$ e as retas $y = x$ e $y = 4x$.

   e. $\int\int_S (x^2 - y^2)\,dxdy$, onde S é a região delimitada pela curva $y = \sin x$ e pelo intervalo $y = 0$, $0 \leq x \leq \pi$.

3. Uma pirâmide é formada pelos três planos coordenados e pelo plano $x+2y+3z = 6$. Esboçar um desenho do sólido e calcular seu volume através de uma integral dupla.

4. Repetir o exercício anterior para o sólido delimitado pela superfície $z = x^2 - y^2$ e os planos $z = 0$, $x = 1$ e $x = 3$.

5. Calcular por meio de uma integral dupla o volume da região debaixo do gráfico de $f : S \to \mathbf{R}$, onde:

a. $f(x,y)=x^2+y^2$ e $S=\{(x,y)||x|\le 1,\ |y|\le 1\}$.

b. $f(x,y)=y+2x+20$ e $S=\{(x,y)|x^2+y^2\le 16\}$.

6. Esboçar um desenho da região de integração e inverter a ordem de integração:

a. $\int_0^1\int_0^y f(x,y)\,dxdy$

b. $\int_0^2\int_{y^2}^{2y} f(x,y)\,dxdy$

c. $\int_1^4\int_{\sqrt{x}}^2 f(x,y)\,dydx$

d. $\int_1^2\int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)\,dydx$

e. $\int_{-6}^2\int_{(x^2-4)/4}^{2-x} f(x,y)\,dydx$

f. $\int_1^e\int_0^{\log x} f(x,y)\,dydx$

g. $\int_{-1}^1\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x,y)\,dydx$

h. $\int_0^1\int_{x^3}^{x^2} f(x,y)\,dydx$

i. $\int_0^\pi\int_{-\sin(x/2)}^{\sin x} f(x,y)\,dydx$

j. $\int_0^4\int_{-\sqrt{4-y}}^{(y-4)/2} f(x,y)\,dxdy$

k. $\int_0^1\int_0^y f(x,y)\,dxdy+\int_1^2\int_0^{2-y} f(x,y)\,dxdy$

7. Esboçar um desenho e calcular o centróide da região delimitadas pelas curvas indicadas:

a. $y=x^2$, $x+y=2$.

b. $y^2=x+3$, $y^2=5-x$.

c. $y=\sin x$, $y=\cos x$, $0\le x\le \pi/4$.

d. $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$, $x=0$, $y=0$, primeiro quadrante.

8. Calcular o centro de massa de uma chapa retangular $ABCD$ sabendo que a densidade superficial de massa em um ponto é proporcional ao produto das distâncias desse ponto aos lados adjacentes AB e AD.

9. Calcular a distância média de um vértice de uma quadrado de aresta a aos pontos no interior do quadrado.