

**MAT220 – Cálculo Diferencial e Integral IV**  
**Lista de Exercícios 3 – 31/08/2008**

PROF. CLAUDIO GORODSKI

1. Calcular todos os valores de:

a.  $\log(-1)$

b.  $\log i$

c.  $\log(1 - i)$

d.  $(1 + i)^i$

e.  $(-1)^{\frac{1}{\pi}}$

2. Mostre que  $\arcsen z = -i \log(iz + (1 - z^2)^{1/2})$  e que  $(\arcsen z)' = \frac{1}{(1 - z^2)^{1/2}}$ .

3. Mostre que  $\arctan z = \frac{i}{2} \log \frac{i+z}{i-z}$  e que  $(\arctan z)' = \frac{1}{1+z^2}$ .

4. Calcular todos os valores de:

a.  $\arctan(2i)$

b.  $\operatorname{arctanh} 0$

5. Para  $\Re z > 0$ , mostre que

$$\log(x + iy) = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2) + i \arctan \frac{y}{x}$$

onde  $\arctan t \in (-\pi/2, \pi/2)$ . Use essa fórmula para verificar que  $\log z$  é analítica na região  $\Re z > 0$ .