Axler: §3.C, exercícios 1, 2, 3, 4, 6

Suplemento:

1. Seja V um espaço vetorial de dimensão finita e seja $T : V \to V$ linear. Prove que as seguintes asserções são equivalentes:

(a) $\ker T^2 = \ker T$;

(b) $\operatorname{im} T^2 = \operatorname{im} T$;

(c) $V = \ker T \oplus \operatorname{im} T$

(d) $V = \ker T + \operatorname{im} T$;

(e) $\ker T \cap \operatorname{im} T = \{0\}$.

2. Seja V um espaço vetorial de dimensão n sobre o corpo $\mathbb{F}$ e seja T um operador linear em V tal que $T^n = 0$ e $T^{n-1} \neq 0$. Mostre que a lista $v, Tv, T^2v, \ldots, T^{n-1}v$ é uma base de V para cada $v \in V$ satisfazendo $T^{n-1}v \neq 0$. Qual é a matriz de T nessa base?