BOLETIM *ISBrA*

Volume 6, Número 2 Dezembro de 2013

Boletim oficial da Seção Brasileira da *International Society for Bayesian Analysis*

Palavras do Editor

Essa edição do boletim dá continuidade às celebrações do 250º aniversário da publicação póstuma do ensaio de Thomas Bayes sobre o problema da probabilidade inversa no *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* e conta com um artigo de Claudio Macci (*Università di Roma Tor Vergata, Itália*) e Fabio Spizzichino (*Sapienza Università di Roma, Itália*).

Esse número conta também com um relato do professor Marcio Diniz (DEs–UFSCar) sobre a conferência *Ars Conjectandi*, ocorrida em maio na Alemanha, celebrando os 300 anos da publicação do livro de mesmo nome, escrito por Jacob Bernoulli. Diversos eventos ocorreram ao redor do mundo para celebrar o aniversário dessa importante obra, publicada em 1713, oito anos após a morte de seu autor. O livro trata de tópicos como combinatória e teoria de probabilidades, além de apresentar a primeira versão da lei dos grandes números.

O Paradoxo de São Petersburgo também completa 300 anos em 2013. Esse foi enunciado por Nicolas Bernoulli e apareceu pela primeira vez em uma correspondência para Pierre Raymond de Montmort em 9 de setembro de 1713. Contudo, recebeu esse nome de seu primo, Daniel Bernoulli, que apresentou o problema e sua solução em 1738 no *Commentaries of the Imperial Academy of Science of Saint Petersburg*. Em homenagem a essa data, trazemos um artigo dos professores Sergio Wechsler e Claudia Monteiro Peixoto (IME–USP).

É com grande tristeza que comunico que no dia 15 de dezembro faleceu, aos 90 anos, o professor Dennis Lindley, um grande defensor e um dos mais importantes nomes da inferência bayesiana. Em sua homenagem, o professor Carlos A. B. Pereira (IME–USP), seu amigo pessoal, escreveu um texto para o boletim.

Como de costume, no final do boletim temos a seção de eventos que apresenta uma lista de encontros científicos que ocorrerão no próximo ano. Em especial, há novas informações sobre o próximo EBEB, que ocorrerá em março na cidade de Atibaia, interior de São Paulo.

Por fim, gostaria de parabenizar as professoras Alexandra M. Schmidt (UFRJ) e Rosângela H. Loschi (UFMG), recém eleitas para a diretoria da ISBA (ISBA President Elect e ISBA Board, respectivamente). Essa conquista é motivo de grande orgulho para nossa comunidade e reflete o reconhecimento internacional dessas duas grandes pesquisadoras e da estatística brasileira como um todo. A Alexandra também contribuiu para esse número com algumas palavras sobre a ISBA e sua eleição.

Aproveito para agradecer a todos que de alguma forma contribuiram com essa edição.

Boa leitura!

Índice

Expediente:
Editor: *Victor Fossaluza*
End: Departamento de Estatística – IME-USP / Rua do Matão, 1010
CEP: 05508-090 / Cidade Universitária – São Paulo – SP
e-mail: *victor.ime@gmail.com*

A ISBA e nós

Alexandra M. Schmidt
(IM - UFRJ)

Em novembro passado, recebi a notícia de que havia sido eleita *President-Elect* da *International Society for Bayesian Analysis* (ISBA). Este ano a ISBA completou 21 anos. Minha história com a ISBA começou em 2002 quando, ao finalizar meu doutorado, tornei-me sua sócia. Eu atuei na administração da ISBA em diferentes ocasiões. Por exemplo, entre 2003 e 2004 fui membro do *Nominations Committee*. Em 2006 fui eleita para fazer parte do *Board*, onde atuei até o final de 2008. Em 2009, Peter Mueller, *President-Elect* à epoca, me convidou para fazer parte do *Program Council* da ISBA, onde permaneci até 2011, como *Past Program Chair*. Servi em diferentes anos no *Savage Award Committee*, atuando como coordenadora desta comissão em 2012. O resultado da última eleição é o ponto alto de uma relação que dura mais de 10 anos. A pergunta que surge é como posso contribuir, através da doação do meu tempo, e trabalho, para que a ISBA continue no caminho de sucesso que vem percorrendo.

Pessoalmente, causa-me imensa alegria que a primeira presidência fora do eixo EUA-Europa, será conduzida por uma pesquisadora baseada em uma instituição latino-americana. Não quero associar nenhum "bairrismo" a essa afirmação, apenas salientar que estamos ocupando espaços importantes na comunidade internacional e que este trabalho deve ser continuado. Ao mesmo tempo que esta presidência me causa alegria, também desperta bastante ansiedade pela responsabilidade que significa. Espero realmente corresponder às expectativas depositadas em mim. Aproveito este espaço para agradecer o apoio daqueles que votaram em mim.

Gostaria de utilizar esta oportunidade para incentivar os jovens pesquisadores (especialmente aqueles que terminaram o doutorado recentemente) a participarem do ISBrA e, consequentemente, da ISBA, tornando-se seus sócios regulares. As sociedades científicas são um meio importante de nos comunicarmos, mas, para elas prosperarem, é necessário que participemos ativamente delas, associando-nos, contribuindo na sua administração, na organização dos seus eventos, entre outros. Nosso capítulo, o ISBrA, é conhecido na ISBA como um dos mais ativos, com regularidade em seus encontros. Para mantermos esse trabalho é preciso que todos colaborem. Parabéns as últimas duas diretorias pelo excelente trabalho pelo ISBrA. Espero que consigamos dar continuidade a regularidade que vimos mantendo no Capítulo brasileiro. Para isso, é importante que tenhamos candidatos para a diretoria do próximo biênio, 2014-2016. Torço para que vários candidatos surjam para, inclusive, já pensarmos na continuidade para os biênios subsequentes.

Também gostaria de incentivar uma maior participação dos pesquisadores brasileiros nos *ISBA World Meetings*. O próximo, em julho de 2014, será realizado em Cancún, México. Para maiores detalhes visite isba2014.eventos.cimat.mx. Por exemplo, as sessões pôsteres dos *ISBA World Meetings* costumam ter uma participação ativa dos pesquisadores, propiciando uma excelente oportunidade para você discutir o artigo que está apresentando.

Acredito que para nos desenvolvermos cientificamente, precisamos participar ativamente de encontros internacionais e sociedades científicas. Espero, com a minha presidência, conseguir disseminar mais a importância de termos uma maior representatividade brasileira, e latino-americana, nos encontros e atividades da ISBA.

Para finalizar, gostaria de desejar a todos um 2014 de muita saúde, muitos projetos e sucesso na realização destes. E se você tem sugestões, deseja contribuir de alguma forma para o amadurecimento, cada vez maior, da ISBA, não hesite em me contactar. Meu email é alex@im.ufrj.br.

Encontros com Dennis Lindley

Carlos A. B. Pereira
(IME - USP)

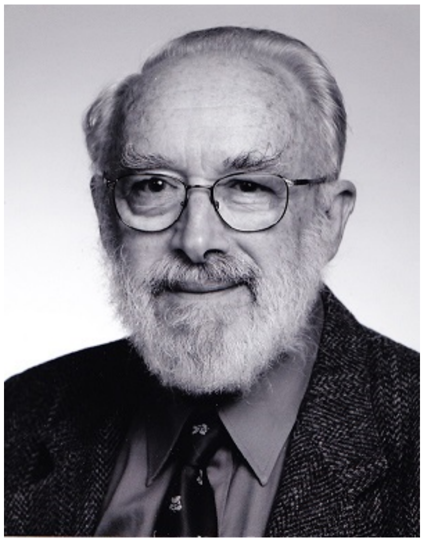

Figure 1: Dennis Victor Lindley.

"In teaching there can be too much emphasis on certainty and a proper appreciation of uncertainty is to be encouraged."

"There are some things that you know to be true, and others that you know to be false; yet, despite this extensive knowledge that you have, there remain many things whose truth or falsity is not known to you. We say that you are uncertain about them. You are uncertain, to varying degrees, about everything in the future; much of the past is hidden from you; and there is a lot of the present about which you do not have full information. Uncertainty is everywhere and you cannot escape from it."

"Consider the case of a person who holds a view with probability 1. Then coherence says that it is no use having a debate with them because nothing will change their mind."

(Understanding Uncertainty, Dennis V. Lindley)

Não é comum pessoas como eu da academia brasileira ter o privilégio de ter encontrado e ter tido uma convivência produtiva com ícones da estatística. Creio que se consegui algo de valor em minha carreira isto foi fruto desta incrível convivência. Vou aproveitar a oportunidade que o editor me deu para contar meus encontros com Dennis, uma pessoa excepcional como cientista e como pessoa.

Tive a honra de encontrar Dennis na época que estava cursando o programa de doutorado da FSU - Florida State University - em meados dos anos 70. Basu, Dennis e evidentemente eu, supervisionado pelo Guru Basu, éramos os únicos Bayesianos do departamento de estatística. Ram Tiwari só se juntou a esse paradigma depois de conhecermos outro mestre, David Blackwell. Assim, em Tallahassee pude participar de reuniões importantes para mim onde ouvia sobre informação e aleatorização, tudo do ponto de vista Bayesiano. Impressionou-me muito a série de palestras que Dennis proferia no departamento. Nunca tinha conhecido um palestrante daquele nível. Com o nosso convívio tive a impressão que gostamos muito um do outro. Foi quando ele se comprometeu a me visitar quando eu terminasse meu doutorado e voltasse para São Paulo. Tornei-me PhD em 1980 sob a honrosa orientação do Guru. Voltando em 1981, recebi a visita de Jay Kadane em 1982, de Basu em 1983, de Dennis em 1984, de Zacks em 1985 e de Pericchi em 1986. Todos com longas estadias, variando de 3 a 6 meses, exceto por Jay que ficou apenas um mês. A residência preferida era ali na Rua Luiz Coelho em um edifício já voltado a alugueis razoáveis e de curta duração para alugueis de estrangeiros. É uma rua paralela a paulista atrás do Center 3, um ótimo lugar para passar tempo em São Paulo.

Os leitores devem estar surpresos por eu colocar esses detalhes, mas são importantes para eu poder comentar sobre nossos passeios com Dennis e Joan. Aprendi com ele que o melhor champanhe do mundo era o brasileiro em especial a Peterlongo. Quando ele falava isso, um conhecedor profundo de vinhos e espumantes, era uma surpresa geral. Surpreendia-nos quando dizia que a champanhe era bem suportável e pelo custo beneficio ele assim classificava a bebida como ótima. Um champanhe do mesmo nível na Europa ou nos EUA iria custar pelo menos o dobro do preço. Como comprava a bebida no empório da esquina Augusta, logo se tornou amigo dos donos da loja. Na verdade Dennis e Joan impressionavam a todos da redondeza pela gentileza e educação com que tratavam as pessoas. Crepe Suzette era a sobremesa preferida do casal e consideravam a melhor do mundo a da churrascaria Rodeio do Eldorado. Eles saiam da paulista de ônibus elétrico para o shopping Iguatemi para tomarem o melhor sorvete do mundo, Menta Choc Chip da sorveteria LaBasque: Foi quando provei pela primeira vez, me tornando ainda hoje dependente deste sabor. Bom dizer que já não tem a mesma qualidade de outrora. Caminhávamos muito e certa vez na esquina da Pamplona com a Santos um ônibus atravessou o sinal vermelho: ficou indignado. Expliquei a ele que como não havia trafego na Alameda Santos naquele momento, o motorista decidiu por cruzar a rua. Foi então que fez a afirmação que me marcou por todo o resto de minha vida: Esse país nunca vai dar certo enquanto as pessoas não entenderem que regras e leis não são para serem julgadas e sim para serem seguidas e obedecidas!

Na universidade nós nos reuníamos com Josa, André Rogatko e outros em pequenas seções, além do curso maravilhoso que nos presenteou. Escreveu umas notas muito interessantes que vou digitalizar. Creio que usarei seus originais feitos à mão livre. Nas suas aulas percebeu que as pessoas chegavam até 15 minutos a partir do horário estabelecido. Então começou a dar inicio ao curso 15 minutos depois. Claro nossos alunos e colegas chegariam 30 minutos após o horário. Ele ficava muito bravo, mas como sabemos de nada adiantava suas reclamações.

Tive a oportunidade de viajar com o casal de São Paulo para o Rio pela estrada Rio/Santos. Ficou maravilhado com a beleza da estrada que por sorte tinha sido recapeada depois daquele verão. Outra afirmação dele foi de que era a mais bela estrada litorânea, melhor do que a de São Francisco a Los Angeles, que aproveitava periodicamente.

A parte ruim, mas interessante foi o que ocorreu com a Joan. Eu havia pedido para nunca saírem com o passaporte original. Tirei copias para que pudessem andar na rua com documentos. Ela não aceitou minha sugestão, pois a regra dizia que tinham de estar a todo tempo com seus passaportes. Consegui que ficassem no hotel Nacional em São Conrado e claro gostavam de passear na praia em frente. Ela com a bolsinha com o passaporte original. Em um dos passeios um carro parou o cara saiu do carro e levou a bolsa dela com o passaporte. O drama começou ai, pois tínhamos poucos dias para voltar a São Paulo e eles retornarem a Londres. Ela então me disse que a lei era o consulado dar a ela um novo passaporte. O despachante da universidade dizia a ela que o consulado não faria isso e sim daríamos a ela um salvo conduto. Ela ia, todos os dias restantes, brigar com o pessoal do consulado, pois não estavam seguindo a lei. No ultimo dia conseguimos umas duas horas antes da viagem o salvo conduto que permitiu que retornassem de forma segura a Londres.

Quando chegou ao Brasil me mostrou as avaliações dele sobre meu artigo sobre partial likelihood que eu havia submetido ao TAS. Disse-me então que havia aprovado o artigo e que já deveria estar publicado. Contei a ele a recusa que havia tido da revista, devido aos comentários dos outros dois referees. Afirmou que precisávamos reescrever o artigo com novos exemplos e foi o que fizemos. Submetemos a Biometrika e ele iniciou uma longa discussão com o editor que na época era ninguém menos que David Cox. Não resolvemos o problema com a revista mas quando foi embora eu disse a ele que iria mudar de revista, o que não aceitava muito pois preferia vencer o oponente. Fui teimoso e submeti ao The Statistician, o série D da Royal Statistical Society. O artigo foi aceito e muito bem recebido. O meu Guru, na época ainda vivo, aprovou completamente nosso artigo.

Com André tivemos nós três ótimas discussões sobre o problema do Equilíbrio de Hardy-Weinberg. Quando ele chegou já tínhamos o artigo pronto, pois foi um capítulo da tese do André. Dennis pensava que tínhamos de fazer uma nova parametrização. Não concordamos com esse ponto de vista e assim ele escreveu um artigo para Valencia e nós publicamos o nosso na Revista Brasileira de Genética, a qual, assim como The Statistician, foi desativada. Os dois artigos são hoje muito citados mesmo sem termos a revista em circulação. O segundo artigo da tese do André sobre penetrância também foi publicado em uma ótima revista. Na época Dennis enviou o artigo para dois outros pesquisadores e mais tarde fez ótimos comentários sobre o trabalho do André. O leitor pode assim entender a influência positiva que tivemos com a visita do Dennis.

Em 1986 fui para Berkeley trabalhar com Dick Barlow um ótimo amigo também. Dick convidava a cada semestre Basu em um e Dennis no outro. Tivemos muitas reuniões interessantes, no café perto do IEOR department. Chamávamos este Expresso Coffee de Depresso Coffee, só havia pessoas da universidade e todos preocupadíssimos com as pesquisas e teses. Nossa mesa (eu, Sergio, Dennis e Dick), no entanto, era muito divertida. Foi ali que Dennis indo contra a ideia dos diagramas de influencia nos ofereceu um problema jurídico no qual tinha muitas dúvidas. Resolvi o problema com um DI, produzindo uma solução trivial. Este problema me levou algumas vezes a Berkeley para participação em reuniões interessantes. Os DI de ontem se tornaram as redes Bayesianas de hoje. Claro que depois de nossas discussões Dennis aprovou com restrições a importância das redes nas análises Bayesianas.

Encontrei Dennis em outras oportunidades em congressos, mas nunca mais tive a oportunidade de conviver intensamente com ele. Sou grato a USP por todas as oportunidades que me deu para poder seguir minha carreira até me tornar titular e ter os ótimos alunos que tive.

Desejo eterna sobrevida à memória deste incrível ser humano e SUPERB Statistician!

Figure 2: Entrevista de Lindley dada a Tony O'Hagan para o *Royal Statistical Society's Bayes 250*, em junho de 2013 (clique na figura para ver o vídeo).

Ars Conjectandi - A Celebration of 300 Years of Stochastics

Marcio A. Diniz
(DEs - UFSCar)

Entre 21 e 24 de maio deste ano participei da Conferência *Ars Conjectandi - A Celebration of 300 years of stochastics*, organizada pela Universidade de Freiburg, na Alemanha, em cooperação com o *Freiburg Institute for Advanced Studies* e o *Bernoulli-Euler-Zentrum* da Universidade da Basiléia, Suíça. Estiveram presentes cerca de 100 pesquisadores provenientes de diversos países da Europa, EUA, Ásia, África e Brasil. O objetivo do encontro foi celebrar os 300 anos da publicação da obra de Jacob Bernoulli, o livro *Ars Conjectandi*, mas também convidar especialistas de renome internacional para apresentar e discutir apectos históricos e recentes da teoria probabilística, como inaugurada por Bernoulli, a diversas áreas do conhecimento.

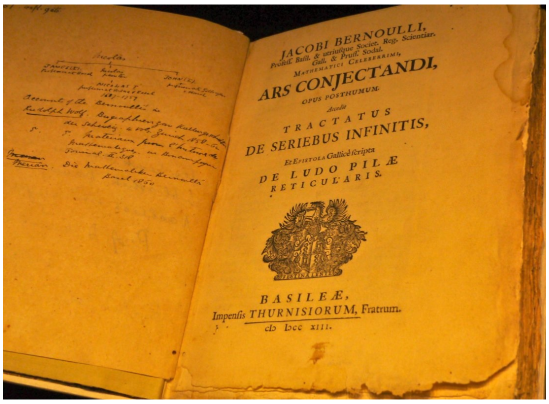

Figure 3: *Ars Conjectandi.*

No primeiro dia foram apresentados os avanços da teoria de processos estocásticos aplicados a finanças, com destaque para a palestra inicial, proferida pelo professor Freddy Delbaen[1]. Ainda no primeiro dia o professor Albert Shiryaev falou sobre o desenvolvimento da escola probabilística russa, começando com o período em que Euler esteve em Moscou, até seu desenvolvimento no século XX. Suas memórias sobre sua convivência com Kolmogorov também foram muito interessantes. No segundo dia foram evidenciados os avanços em genética e análise estatística, com destaque para inferência Bayesiana.

No terceiro dia fomos até a cidade da Basiléia onde Jacob Bernoulli viveu e, com auxílio de seu sobrinho Nicholas, seu livro foi publicado[2]. As palestras foram ministradas na belíssima Aula[3] da Universidade da Basiléia. Nessa sala estão retratos de vários pesquisadores importantes que trabalharam na universidade, com exceção feita a Euler, cujo retrato está lá mas que nunca trabalhou na Universidade da Basiléia. Curiosamente, ou de propósito, o retrato de Jacob está em uma parede enquanto o de Johann, seu irmão mais novo e orientando, está em outra: sabe-se que a relação entre os dois não era das melhores. Johann, em mais de uma ocasião, menosprezou os feitos do irmão em cartas dirigidas a Jacob ou a terceiros. Duas palestras trataram de diversos aspectos da vida de Johann, além de sua atuação como matemático. Já o professor Ivo Schneider falou especificamente sobre o *Ars Conjectandi* e suas inovações para a teoria de probabilidades da época.

Figure 4: Quadros de Jacob e Johann Bernoulli.

No último dia discutiram-se outras aplicações de processos estocásticos como estimação de equações diferenciais estocásticas e processos de difusão.

---

[1]O professor Delbaen é autor do livro *The Mathematics of Arbitrage* (Springer), além de diversos artigos pioneiros sobre precificação de ativos.

[2]O livro foi publicado apenas em 1713 graças ao esforço de Nicholas pois Jacob faleceu em 1705.

[3]A maioria das tradicionais universidades europeias tem uma Aula ou auditório de gala, aberta apenas para apresentações ou ocasiões especiais.

O Paradoxo de São Petersburgo

Claudia M. Peixoto e Sergio Wechsler
(IME - USP)

Em 2013 celebrou-se o tricentenário da primeira troca de cartas entre Nicholas Bernoulli e Pierre Rémond de Montmort a respeito do *Paradoxo de São Petersburgo*, que é (a solução de) um jogo que se supõe ter sido inventado por Nicholas [B].

O Paradoxo tornou-se um célebre exemplo da Teoria da Probabilidade, sendo até hoje estudado e generalizado por economistas, filósofos e matemáticos, principalmente por probabilistas e pesquisadores de Teoria da Decisão e de Teoria dos Jogos.

Em si, o jogo é muito simples: uma moeda honesta será arremessada independentemente até que, pela primeira vez, surja uma "cara". E Você receberá R\$ 2^M, onde M é o primeiro arremesso em que a tal "cara" for observada.

A situação se torna (bem) mais interessante quando se pergunta a seguinte questão: qual é o valor "justo", c , que Você deveria pagar para ter direito a jogar? Em outras palavras, quanto Você deveria pagar para, depois então, receber R\$ 2^M?

Ora, como M possui distribuição geométrica(0.5) nos inteiros positivos, é imediato que $E(2^M) = +\infty$. Portanto, o seu ganho esperado será $+\infty$ e, sob a antiquíssima ideia de que o valor "justo" c deve ser aquele que torna seu lucro esperado igual a zero, Você deveria aceitar **qualquer** valor finito de c que lhe venha a ser cobrado, por mais alto que seja, sem pestanejar (e ainda por cima achar que se dará bem, pois para qualquer c que lhe for cobrado, o seu lucro esperado ainda será $+\infty$, e não, zero).

Alguma coisa não estava correta com essa noção de "preço justo", e isso perturbava os primos Bernoulli e vários outros matemáticos desde pelo menos o século XVII. Na época, o que hoje chamamos de "utilidade esperada" era conhecido como preço ou valor "moral" do ativo. Talvez o adjetivo "moral" tenha origem na preocupação que havia naquela época em se calcular o valor devido por um jogador a outro em caso de interrupção prematura e imprevista de uma disputa ou da vigência de algum contrato. (o próprio Nicholas Bernoulli se ocupava de precificação de apólices, de loterias, questões de herança, confiança em testemunhas e probabilidades de inocência de acusados [ZS], sendo tido por muitos como o criador da Jurimetria). Supõe-se que o termo "utilidade" foi introduzido por Cramer e Daniel Bernoulli no artigo Specimen Theoriae Novae De Mensura Sortis, publicado em 1738 na Revista da Academia de São Petersburgo [CB], mas é impensável falar de eponímia sem antes ler o ótimo [St].

Friamente, o Paradoxo não passa de uma variável aleatória não-negativa sem valor esperado finito. Por que então foi chamado de *paradoxo*?

Essencialmente porque quase ninguém em sã consciência concorda em pagar mais que, digamos, R\$20,00 para poder participar do jogo (ainda que o lucro líquido esperado seja $+\infty$). E, nos séculos XVII e XVIII, este (de resto intuitivo) comportamento era ainda mais perturbador na medida em que as primeiras Leis dos Grandes de Números mal haviam sido demonstradas e, de todo modo, tratavam tão somente de sequências de variáveis aleatórias com valor esperado finito.

Em resumo, o jogo oferece – para qualquer valor de c – lucro líquido esperado $+\infty$, mas o número (aleatório) de vezes, n, que ele deve ser jogado até que o lucro acumulado deixe de ser negativo pode ser astronômico (a depender de c). [não confundamos $m(i)$, o número de arremessos realizados no i-ésimo jogo, com n, o número de jogos]. O jogo é "justo", mas "desfavorável" para Você.

Um outro modo de ilustrar a justeza desfavorável reside na manchete sensacionalista

É mais provável acertar todas as 6 dezenas da Mega-Sena do que reaver o valor apostado em um jogo de São Petersburgo.

A rigor, a afirmação acima somente é verdadeira para apostas acima de R\$10.008,00. Por esse valor, pode-se apostar em 5004 sextetos diferentes na Mega-Sena e a probabilidade de se acertar todas as 6 dezenas sorteadas pela Caixa Econômica Federal é 9.995234e-05. Por outro lado, tendo pago um ingresso de $c = R\$10.008,00$ para apostar em único jogo de São Petersburgo, serão necessárias 13 coroas consecutivas (e a única cara no 14º arremesso) para que Você consiga reaver o seu dinheiro. E $P(N = 14) = (0.5)^{14} = 6.103516e - 05 < 9.995234e - 05$. Para apostas de maior valor, a diferença de probabilidades somente aumenta. Tudo isso com lucro líquido esperado igual a $+\infty$ no jogo de São Petersburgo, em contraste com o lucro líquido esperado na Mega-Sena que é finito e **negativo**! (cerca de R\$8.368,67 - R\$ 10.008,00, usando-se os rateios da Mega da Virada de 31 de dezembro último).

As primeiras tentativas de resolução do paradoxo envolveram outros membros do clã Bernoulli, o também suíço Gabriel Cramer, Georges-Louis Leclerc (mais conhecido como o Conde de Buffon) e Laplace, entre outros. Todas essas soluções centraram-se na substituição da utilidade linear (identidade) do dinheiro por outras que descreveriam o fastio dos marajás com sua riqueza [GS]. Mas tais soluções sempre caem por terra, pois para qualquer "nova" função de utilidade não-limitada, o paradoxo (i.e., o valor esperado não-finito) ressurge, desde que se aumente o prêmio convenientemente. Por exemplo, se $U(\$)$ é logarítmica, o jogo pode atingir um preço justo c finito. Mas basta a premiação passar de 2^M para, por exemplo, $2^{(2^M)}$, para que o Paradoxo ressurja firme e forte. Esse jogo de gato-e-rato evidencia que tais soluções para o Paradoxo não eram lá muito convincentes. O estraga-prazeres foi o matemático Karl Menger (filho do célebre economista Carl Menger, professor de Von Mises) que, já em 1934, alertou a respeito da permanência do Paradoxo [M].

Convincentes ou não, essas explicações para o Paradoxo que argumentavam que o "valor" do dinheiro não é medido pela função identidade (ou qualquer função linear), marcaram o nascimento da Teoria da Decisão ou, ao menos, da noção de utilidade. (Sir Ronald Fisher julgava a Teoria da Decisão "inútil para cientistas e apropriada somente para comerciantes". O desdém de Fisher pela Teoria da Decisão também deve ser uma causa para o histórico barraco com Neyman, Pearson e Wald). A obra de von Neumann und Morgenstern, Jimmie Savage, David Blackwell, Herman Rubin, DeGroot, Fishburn e muitos outros matemáticos, que colocou a Teoria da Decisão altivamente abrigada na Teoria dos Conjuntos, e tão abstrata quanto se queira, está fincada nas tentativas dos matemáticos dos séculos XVII e XVIII de explicar o Paradoxo de São Petersburgo.

Já sob uma outra ótica, hoje sabemos que quando uma função de utilidade não é limitada, é possível haver mais de uma ação com utilidade esperada $+\infty$, levando o agente a ter que decidir entre diferentes "infinitos". Esse aspecto aproxima de certo modo o Paradoxo de São Petersburgo do Paradoxo dos Dois Envelopes [S]. Nesta referência ninguém menos que Alan Greenspan mostra porque os paradoxos discutidos no Boletim da ISBrA devem ser lidos pelo pessoal do mercado financeiro.

Pulemos para o século passado, jovens leitores.

William Feller ofereceu uma solução genial (e está no seu Volume 1 [F]) . Obteve um preço "justo" para o jogo em função do número, n, de repetições do jogo a que o apostador pretende ter direito a participar. O preço de Feller é o logaritmo de n na base 2, para cada uma das repetições. Ou seja, o valor do ingresso ou o dispêndio total do apostador é $nlog(n)/log(2)$, onde n é o número de repetições a que o ingresso dá direito. Tal preço é "justo" no sentido assintótico de que a probabilidade da razão entre o preço e o ganho converge para um. Mais formalmente, Feller provou que

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}[2^{M_i}]}{nlog(n)/log(2)}$$

converge para 1, em probabilidade.

Por volta dos anos 50 do século passado, os resultados rumaram para a obtenção de teoremas limites. Por exemplo, (com os preços de Feller) há uma Lei Fraca para sequência de ganhos iid de São Petersburgo, mas para **nenhuma** sequência de preços é possível haver uma Lei Forte.

Há vários sites na Internet com o jogo (grátis) de São Petersburgo, e possuem animações de moedinhas rodopiando no ar e tudo o mais. Uma maneira do paradoxo "entrar no sangue" do estudante consiste em fazê-lo ficar jogando, com um mouse de mola dura. Os ortopedistas agradecem.

Bom, mas onde isso tudo seria interessante para um bayesiano(a)? Ora, um bayesiano de verdade não acredita que a probabilidade de cara da moeda seja 0.5. É evidente que para probabilidades de cara maiores que 0.5, o paradoxo desaparece. Mas uma priori com suporte no intervalo aberto (0.5, 1) pode manter – ou não – o paradoxo.

E se, conjugadamente, nosso bayesiano(a) tiver uma priori beta para a probabilidade de cara da moeda [portanto, com suporte (0,1)]? O paradoxo sempre permanece, i.e., para qualquer par de hiperparâmetros da beta, o valor esperado do ganho é não-finito.

References

[B] Van der Waerden, B. L. (1975). *Die Werke von Jakob Bernoulli*, Springer. http://www.springer.com/birkhauser/history+of+science/book/978-3-7643-0713-4.

[CB] Bernoulli, D. (1738). Specimen theoriae novae de mensura sortis. *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, 5, 175-192. [English transl. (1954). *Econometrica*, 22, 23-36. Reprinted (1967), Gregg Press, Franborough, Hampshire, England.]

[F] Feller, W. (2008). *An Introduction to Probability Theory and its Applications (Vol. 1)*, John Wiley & Sons.

[GS] Verbete ST. PETERSBURG PARADOX, por Shafer, G. In *Encyclopedia of Statistical Sciences.* Pp 8318.

[M] Menger, K. (1934). *Zeit. Nationaloekonomie*, 5, 459-485 (in German). [English transl. (1967). In Essays in Mathematical Economics in Honor of Oskar Morgenstern, M. Shubik, ed. Princeton University Press, Princeton, NJ, Chap. 16.]

[S] Székely, G. J. and Richards, D. S. P. (2004). The St. Petersburg paradox and the crash of high-tech stocks in 2000. *The American Statistician*, 58(3).

[St] Stigler, S. M. (1983). Who discovered Bayes's theorem?. *The American Statistician*, 37(4a), 290-296.

[ZS] Zabala, F. J. and Silveira, F. F. (2012). Jurimetria - Estatística Aplicada ao Direito. Submetido para publicação em *Direito e Liberdade.* http://www.esmarn.tjrn.jus.br/revistas/index.php/revista_direito_e_liberdade

What about the posterior distributions when the model is non-dominated?

Claudio Macci[1] and Fabio Spizzichino[2]

[1]Dipartimento di Matematica, Università di Roma Tor Vergata, Roma, Italia
macci@mat.uniroma2.it

[2]Dipartimento di Matematica G. Castelnuovo, Sapienza Università di Roma, Roma, Italia
fabio.spizzichino@uniroma1.it

1 Introduction

Starting from the first inception of philosophical research, that had subsequently led to Subjective Probability and Bayesian Statistics - and till to the most recent developments - the probabilistic nature and the related statistical implications of Bayes Theorem have been thoroughly discussed, both from the viewpoints of mathematical formalization and heuristic meanings. However, the substantial contents of such a formula is very deep and new contributions are still continuing after 250 years.

The term “Bayes Theorem” is in any case connected to the analysis of the relations between the prior and posterior distributions or, in other words, between the state of knowledge available to the analyst before and after a new source of information. However it can actually take different forms, depending on the specific contexts and different mathematical forms of it may sometimes hide aspects that are relevant from the statistical viewpoint. Thus new related remarks come out from time to time.

The simplest form of Bayes Theorem is met when dominated statistical models are dealt with. This is, in a sense, comfortable, specially as far as parametric models are considered. Actually, most statistical techniques in the frame of parametric inference refer to dominated statistical models.

Different problems in the applications, however, can lead to considering non-dominated models. In these cases some complications and intriguing conclusions can arise.

Concerning *non-dominated statistical models*, we devote this note to discussing some mathematical features that may sometimes escape the attention of Statisticians. We deal with questions and results that, at a first glance, may appear of almost-exclusive measure-theoretic interest. However they have a real statistical meaning of their own and the present note aims to stimulate some reflections about this field. We hope that our discussion can also be of interest in the field of Bayesian non-parametric analysis where non-dominated models are more common. A well-known example where the statistical experiment is non-dominated is the family of all discrete probability measures on an uncountable set. In this case we have a conjugate family of prior distributions formed by the Dirichlet processes (see Ferguson (1973)). This is a distinctive feature of Dirichlet processes described in James et al. (2006), where they take into account the normalization of increasing processes having independent increments used in Regazzini et al. (2003).

From a technical viewpoint, a basic property of dominated models is that the posterior distribution is absolutely continuous w.r.t. the prior distribution. The starting point for our discussion is that such a property can fail in the non-dominated case. We shall then analyze some peculiar aspects of the relations tying the posterior and the prior distributions under non-domination and, in particular, we consider the *absolutely continuous* and *singular* parts of the posterior distribution w.r.t. the prior.

We aim to offer a friendly presentation, as far as possible. But, on the purpose of reaching sound conclusions, a certain amount of notation and technicalities is unavoidable. The discussion will be articulated as follows. In Section 2 we recall some basic definitions about statistical models and introduce the notation that will be used in the subsequent sections. Section 3 contains a brief review about notions of domination and non-domination in the statistical models, from different viewpoints. Section 4 will be devoted to the implications of non-domination in Bayesian Statistics. Finally, in Section 5, we present a brief discussion based on a special class of non-dominated parametric models.

2 Basic definitions and notation

We recall here the basic terminology and definitions related with Bayesian statistical experiments and fix the notation that will be used in the following. As a reference we mainly rely, e.g., to Florens et al. (1990).

In a statistical model, the *sample space* and the *parameter space* will be denoted by $\mathcal{X}$ and $\mathcal{G}$. $\mathcal{B}_\mathcal{X}$, $\mathcal{B}_\mathcal{G}$ are the σ-algebras over which probability measures are respectively defined. In particular we consider a *statistical experiment* $(\mathcal{X}, \mathcal{B}_\mathcal{X}, \mathcal{P})$, where $\mathcal{P} = \{P_\theta : \theta \in \mathcal{G}\}$ is the family of *sampling distributions* with P_θ being probability measures over $(\mathcal{X}, \mathcal{B}_\mathcal{X})$.

Starting from $(\mathcal{X}, \mathcal{B}_\mathcal{X}, \mathcal{P})$, one can define infinitely many different Bayesian experiments. For any given probability measure μ on $(\mathcal{G}, \mathcal{B}_\mathcal{G})$, in fact, we can consider the *Bayesian experiment* $(\mathcal{G} \times \mathcal{X}, \mathcal{B}_\mathcal{G} \otimes \mathcal{B}_\mathcal{X}, \Pi_{\mu,\mathcal{P}})$ where $\mathcal{G} \times \mathcal{X}$ is the product space

$$\mathcal{G} \times \mathcal{X} = \{(\theta, x)\,|\theta \in \mathcal{G}; x \in \mathcal{X}\},$$

$\mathcal{B}_\mathcal{G} \otimes \mathcal{B}_\mathcal{X}$ denotes the *product σ-algebra,* generated by the family of all the subsets of the form

$$A \times B = \{(\theta, x)\,|\theta \in A, x \in B\} \text{ for all } A \in \mathcal{B}_\mathcal{G} \text{ and } B \in \mathcal{B}_\mathcal{X},$$

and $\Pi_{\mu,\mathcal{P}}$ is the probability measure, over $(\mathcal{G} \times \mathcal{X}, \mathcal{B}_\mathcal{G} \otimes \mathcal{B}_\mathcal{X})$, defined by the position

(1) $$\Pi_{\mu,\mathcal{P}}(A \times B) = \int_A P_\theta(B)\mu(d\theta) \text{ (for all } A \in \mathcal{B}_\mathcal{G} \text{ and } B \in \mathcal{B}_\mathcal{X}).$$

$\Pi_{\mu,\mathcal{P}}$ is then the joint distribution of the pair (*parameter-observation*).

The measure μ is the marginal distribution of $\Pi_{\mu,\mathcal{P}}$ on $(\mathcal{G}, \mathcal{B}_\mathcal{G})$, and it is seen then as a *prior distribution* for the parameter.

The marginal distribution of $\Pi_{\mu,\mathcal{P}}$ over $(\mathcal{X}, \mathcal{B}_\mathcal{X})$, namely

(2) $$P_{\mu,\mathcal{P}}(B) = \Pi_{\mu,\mathcal{P}}(\mathcal{G} \times B) = \int_\mathcal{G} P_\theta(B)\mu(d\theta) \text{ (for all } B \in \mathcal{B}_\mathcal{X}),$$

is the *predictive distribution* of the observations.

Finally, the family of *posterior distributions* is the family of the probability measures $\{\mu_\mathcal{P}(\cdot|x) : x \in \mathcal{X}\}$ over $(\mathcal{G}, \mathcal{B}_\mathcal{G})$ defined by the equation

(3) $$\Pi_{\mu,\mathcal{P}}(A \times B) = \int_B \mu_\mathcal{P}(A|x)P_{\mu,\mathcal{P}}(dx) \text{ (for all } A \in \mathcal{B}_\mathcal{G} \text{ and } B \in \mathcal{B}_\mathcal{X}).$$

We remark the analogy between (1) and (3) where we have the integrals of conditional probabilities with respect to marginal distributions. We typically consider situations where the family $\{\mu_\mathcal{P}(\cdot|x) : x \in \mathcal{X}\}$ exists and it is unique $P_{\mu,\mathcal{P}}$ almost surely with respect to x.

In view of what follows we remark that, for all $C \in \mathcal{B}_\mathcal{G} \otimes \mathcal{B}_\mathcal{X}$, we have

(4) $$\Pi_{\mu,\mathcal{P}}(C) = \int_\mathcal{G} P_\theta(C(\theta, .))\mu(d\theta) = \int_\mathcal{X} \mu_\mathcal{P}(C(., x)|x)P_{\mu,\mathcal{P}}(dx),$$

where

(5) $$C(\theta, .) = \{x \in \mathcal{X} : (\theta, x) \in C\} \text{ and } C(., x) = \{\theta \in \mathcal{G} : (\theta, x) \in C\}$$

are the θ-section and the x-section of the set C. Notice that, when $C = A \times B$ (for $A \in \mathcal{B}_\mathcal{G}$ and $B \in \mathcal{B}_\mathcal{X}$), the equations in (4) reduce to (1) and (3), respectively.

Associated to a given Bayesian experiment $(\mathcal{G} \times \mathcal{X}, \mathcal{B}_\mathcal{G} \otimes \mathcal{B}_\mathcal{X}, \Pi_{\mu,\mathcal{P}})$ we can also consider over $(\mathcal{G} \times \mathcal{X}, \mathcal{B}_\mathcal{G} \otimes \mathcal{B}_\mathcal{X})$ the *product measure* $\mu \otimes P_{\mu,\mathcal{P}}$, i.e. the product of the marginal distributions μ and $P_{\mu,\mathcal{P}}$, which is defined by the equation

(6) $$\mu \otimes P_{\mu,\mathcal{P}}(A \times B) = \mu(A)P_{\mu,\mathcal{P}}(B) \text{ (for all } A \in \mathcal{B}_\mathcal{G} \text{ and } B \in \mathcal{B}_\mathcal{X}).$$

Typically, we think of the cases where the sample space $\mathcal{X}$ coincides with a subset of h-dimensional Euclidean space $\mathbb{R}^h$. As to $\mathcal{G}$, we typically use the term *parametric case* when $\mathcal{G} \subset \mathbb{R}^k$ for some finite integer number k.

No problem however arises in letting $\mathcal{X}$ and $\mathcal{G}$ to be *Polish spaces* (i.e. complete and separable metric spaces), equipped with their Borel σ-algebras $\mathcal{B}_\mathcal{G}$ and $\mathcal{B}_\mathcal{X}$. Such a generalization permits us to extend everything we say here to more general cases for both statistical observations and parameter. In particular it allows one to consider *non-parametric models.*

From a technical viewpoint, all the functions $\{\theta \mapsto P_\theta(B) : B \in \mathcal{B}_\mathcal{X}\}$ in the formula (1) are tacitly assumed to be measurable with respect to $\mathcal{B}_\mathcal{G}$ in order to guarantee the condition of measurable dependence which is needed to let the integral (3) be correctly defined. Notice that this condition is not generally required in Statistics: it is just peculiar of the Bayesian approach, where the joint probability measure $\Pi_{\mu,\mathcal{P}}$ has a fundamental role.

3 Bayesian vs. Non-Bayesian dominated models

We now recall the concepts of domination for statistical models. Different definitions have been introduced in the literature, but for our purposes it will be enough to compare just the Bayesian concept with the standard non-Bayesian one.

In a non-Bayesian frame, a statistical experiment determined by $\mathcal{P} = \{P_\theta : \theta \in \mathcal{G}\}$ is *dominated* if there exists a σ-finite measure λ on $(\mathcal{X}, \mathcal{B}_\mathcal{X})$ with respect to which all the sampling distributions are absolutely continuous. Namely, for $B \in \mathcal{B}_\mathcal{X}$, one has the implication

$$\lambda(B) = 0 \Rightarrow P_\theta(B) = 0 \text{ (for all } \theta \in \mathcal{G}).$$

When the experiment is dominated, we have a family of densities $\left\{\frac{dP_\theta}{d\lambda} : \theta \in \mathcal{G}\right\}$, with respect to λ and, as a basic implication of this condition, it is then possible to talk about the *likelihood function*.

We recall in fact that, when ν_1, ν_2 are two σ-finite measures on a same measurable space $(\Omega, \mathcal{F})$ with ν_1 absolutely continuous with respect to ν_2, then the *Radon-Nikodym Theorem* ensures the existence of a *density* $\frac{d\nu_1}{d\nu_2}$, namely of a $\mathcal{F}$-measurable function such that

$$\nu_1(A) = \int_A \frac{d\nu_1}{d\nu_2}(\omega)\nu_2(d\omega) \text{ (for all } A \in \mathcal{F}).$$

More generally we have

$$\nu_1(A) = \nu_1^{(ac)}(A) + \nu_1^{(sg)}(A) \text{ (for all } A \in \mathcal{F}),$$

where $\nu_1^{(ac)}$ is absolutely continuous w.r.t. ν_2, and $\nu_1^{(sg)}$ and ν_2 are mutually singular. Namely we have

$$\nu_1^{(ac)}(A) = \int_A \frac{d\nu_1^{(ac)}}{d\nu_2}(\omega)\nu_2(d\omega) \text{ (for all } A \in \mathcal{F})$$

for a density $\frac{d\nu_1^{(ac)}}{d\nu_2}$ (by the Radon-Nikodym Theorem), and

$$\nu_1^{(sg)}(A) = \nu_1^{(sg)}(A \cap D) \text{ (for all } A \in \mathcal{F})$$

for a set $D \in \mathcal{F}$ such that $\nu_2(D) = 0$. The pair $(\nu_1^{(ac)}, \nu_1^{(sg)})$ is uniquely determined by ν_1 and ν_2. Obviously, if ν_1 absolutely continuous with respect to ν_2, $\nu_1 = \nu_1^{(ac)}$ and $\nu_1^{(sg)}$ is the null measure.

Notice that the above definition of dominated experiment only concerns the family of sampling distributions. The concept of domination in the Bayesian setting, on the contrary, refers to the pair $(\mu, \mathcal{P})$ and it is seen as a property of the joint probability measure $\Pi_{\mu,\mathcal{P}}$, over $(\mathcal{G} \times \mathcal{X}, \mathcal{B}_\mathcal{G} \otimes \mathcal{B}_\mathcal{X})$. The product measure $\mu \otimes P_{\mu,\mathcal{P}}$ also enters into play. More precisely, one can formulate the following

Definition (see Florens et al. (1990), page 28)
The experiment $(\mathcal{G} \times \mathcal{X}, \mathcal{B}_\mathcal{G} \otimes \mathcal{B}_\mathcal{X}, \Pi_{\mu,\mathcal{P}})$ is *dominated* when

(7) $$\Pi_{\mu,\mathcal{P}} \text{ is absolutely continuous with respect to } \mu \otimes P_{\mu,\mathcal{P}}.$$

In other words

$$\mu \otimes P_{\mu,\mathcal{P}}(C) = 0 \Rightarrow \Pi_{\mu,\mathcal{P}}(C) = 0.$$

We remark that, by (4) and (5), $\Pi_{\mu,\mathcal{P}}(C) = 0$ is equivalent to each of both conditions:

(8) $$\mu(\{\theta \in \mathcal{G} : P_\theta(C(\theta, .)) = 0\}) = 1;$$

(9) $$P_{\mu,\mathcal{P}}(\{x \in \mathcal{X} : \mu_\mathcal{P}(C(., x)|x) = 0\}) = 1.$$

The condition (7) guarantees that the posterior distributions $\{\mu_\mathcal{P}(\cdot|x) : x \in \mathcal{X}\}$ are absolutely continuous w.r.t. the prior distribution μ and also that the sampling distributions $\{P_\theta : \theta \in \mathcal{G}\}$ are such w.r.t. the predictive distribution $P_{\mu,\mathcal{P}}$. See also, in this respect, Section 4.

In particular, for all choices of the prior distribution μ, the density of $\mu_\mathcal{P}(\cdot|x)$ w.r.t. μ is just given ($P_{\mu,\mathcal{P}}$ almost surely with respect to x) by the Bayes formula:

(10) $$\mu_\mathcal{P}(A|x) = \frac{\int_A \frac{dP_\theta}{d\lambda}(x)\mu(d\theta)}{\int_\mathcal{G} \frac{dP_\theta}{d\lambda}(x)\mu(d\theta)} \text{ (for all } A \in \mathcal{B}_\mathcal{G}).$$

On the contrary, when the statistical experiment is non-dominated, we cannot rely on the formula (10) anymore and the posterior distributions can have singular parts with respect to the prior distribution.

Typically, parametric inference problems are modeled on dominated statistical experiments (the reader can think of the different examples based on exponential families), while non-dominated statistical experiments can emerge more naturally for nonparametric inference problems. Some examples of non-dominated statistical experiments will be briefly discussed in the last section of this note.

The concept of dominated statistical experiment appeared in the literature between the forties and the fifties of last century (see e.g. Halmos and Savage (1949) and Bahadur (1954)) as a strong condition of regularity for an experiment. In particular it plays a crucial role to give a characterization of classical sufficiency. We recall that, given a statistical experiment $\mathcal{P} = \{P_\theta : \theta \in \mathcal{G}\}$, a σ-algebra $\mathcal{S} \subset \mathcal{B}_\mathcal{X}$ is *sufficient* when the conditional probabilities $\{P_\theta(A|\mathcal{S}) : A \in \mathcal{B}_\mathcal{X}\}$ do not depend on θ. Then, if $\mathcal{P} = \{P_\theta : \theta \in \mathcal{G}\}$ is dominated, as very well-known, $\mathcal{S} \subset \mathcal{B}_\mathcal{X}$ is sufficient if and only if, for all $\theta \in \mathcal{G}$, the Neyman factorization

$$\frac{dP_\theta}{d\lambda}(x) = h(x)k(x, \theta)$$

holds, for some $\mathcal{B}_\mathcal{X}$ measurable function h and $\mathcal{S}\otimes\mathcal{B}_\mathcal{G}$ measurable function k. We also recall that $\mathcal{S} \subset \mathcal{B}_\mathcal{X}$ is Bayes-sufficient if, for any prior distribution μ, there exists a family of the posterior distributions $\{\mu(\cdot|x) : x \in \mathcal{X}\}$ such that $\{x \mapsto \mu(A|x) : A \in \mathcal{B}_\mathcal{G}\}$ are measurable with respect to $\mathcal{S}$. For models with conditionally i.i.d. observations, the existence of a fixed-dimensional sufficient statistics is equivalent to the existence of a finitely-parametrized conjugate family of priors (see e.g. Section 9.3 in DeGroot (1970)). Finitely-parametrized conjugate families, in a "weak" sense emerge in more general situations for which sufficiency in the common sense cannot be defined. This is the case of the very well-known *Kalman Filter* and, more generally, in some situations of *stochastic filtering* in discrete-time (see e.g. the discussion in Runggaldier and Spizzichino (1987)). The concept of conjugate families, in the weak sense, could also be introduced in the analysis of non-dominated parametric models.

4 Non-dominated Bayesian experiments and the Lebesgue decomposition of $\Pi_{\mu,\mathcal{P}}$

As an immediate implication of the above definitions, a Bayesian experiment can be non-dominated only if we can find $C \in \mathcal{B}_\mathcal{G} \otimes \mathcal{B}_\mathcal{X}$ such that $\mu\otimes P_{\mu,\mathcal{P}}(C) = 0$ and $\Pi_{\mu,\mathcal{P}}(C) > 0$, i.e. (8) and (9) fail. Namely, it is possible that the statistical observation carries information of deterministic type about parameters, giving rise to the possibility that the posterior distribution contains some singular components w.r.t. the prior distribution. In such cases, one can be then interested in analyzing the Lebesgue decomposition of $\Pi_{\mu,\mathcal{P}}$ with respect to $\mu\otimes P_{\mu,\mathcal{P}}$. Also the decomposition of $\{\mu_\mathcal{P}(\cdot|x) : x \in \mathcal{X}\}$ w.r.t. μ and the one of the sampling distributions $\{P_\theta : \theta \in \mathcal{G}\}$ w.r.t. the predictive distribution $P_{\mu,\mathcal{P}}$ are objects of interest and the analysis of the relations among these decompositions is in order, in this frame.

In this respect a precise result allows us to analyze the type of such relations (Macci 1996, Proposition 1; see also Proposition 2 for a different formulation). This result gives in fact more insight on the Lebesgue decompositions of the posterior distributions w.r.t. the prior distribution, and on the Lebesgue decompositions of the sampling distributions w.r.t. the predictive distribution. On this purpose we write down the Lebesgue decomposition of $\Pi_{\mu,\mathcal{P}}$ w.r.t. $\mu \otimes P_{\mu,\mathcal{P}}$, namely

$$\Pi_{\mu,\mathcal{P}}(E) = \int_E g_{\mu,\mathcal{P}}(\theta, x)\mu \otimes P_{\mu,\mathcal{P}}(d\theta, dx) + \Pi_{\mu,\mathcal{P}}(E \cap D_{\mu,\mathcal{P}}) \text{ (for all } E \in \mathcal{B}_\mathcal{G} \otimes \mathcal{B}_\mathcal{X}), \tag{11}$$

where $g_{\mu,\mathcal{P}}$ is the density of the absolutely continuous part of $\Pi_{\mu,\mathcal{P}}$ w.r.t. $\mu \otimes P_{\mu,\mathcal{P}}$, and $D_{\mu,\mathcal{P}}$ is a set such that $\mu \otimes P_{\mu,\mathcal{P}}(D_{\mu,\mathcal{P}}) = 0$ (for instance $D_{\mu,\mathcal{P}}$ is the support of the singular part of $\Pi_{\mu,\mathcal{P}}$). We remark that the decomposition in (11) depends on the choice of the prior distribution μ, and therefore both $g_{\mu,\mathcal{P}}$ and $D_{\mu,\mathcal{P}}$ depend on the choice of μ. The objects appearing in (11) are the basic ingredients in the analysis of the Lebesgue decompositions cited above. The precise result reads as follows.

Theorem 1. *(i) The Lebesgue decomposition of $\mu_\mathcal{P}(\cdot|x)$ with respect to μ is ($P_{\mu,\mathcal{P}}$ almost surely with respect to x)*

$$\mu_\mathcal{P}(A|x) = \int_A g_{\mu,\mathcal{P}}(\theta, x)\mu(d\theta) + \mu_\mathcal{P}(A \cap D_{\mu,\mathcal{P}}(., x)|x) \text{ (for all } A \in \mathcal{B}_\mathcal{G}).$$

(ii) The Lebesgue decomposition of P_θ with respect to $P_{\mu,\mathcal{P}}$ is (μ almost surely with respect to θ)

$$P_\theta(B) = \int_B g_{\mu,\mathcal{P}}(\theta, x)P_{\mu,\mathcal{P}}(dx) + P_\theta(B \cap D_{\mu,\mathcal{P}}(\theta, .)) \text{ (for all } B \in \mathcal{B}_\mathcal{X}).$$

Roughly speaking the main message concerning these decompositions goes as follows:

> "Any absolutely continuous part depends on the other absolutely continuous parts only, and any singular part depends on the other singular parts only"

As an immediate consequence of this result (see Corollary in Macci (1996)), condition (7) is equivalent to each of the two conditions

$$\mu(\{\theta \in \mathcal{G} : P_\theta \text{ absolutely continuous with respect to } P_{\mu,\mathcal{P}}\}) = 1, \tag{12}$$

and

$$P_{\mu,\mathcal{P}}(\{x \in \mathcal{X} : \mu_{\mathcal{P}}(\cdot|x) \text{ absolutely continuous with respect to } \mu\}) = 1. \tag{13}$$

The following statements point out the connection between the concepts of dominations presented above:

1. whatever is μ, (7) holds if $\mathcal{P}$ is dominated;
2. whatever is $\mathcal{P}$, (7) holds if μ is discrete (i.e. μ is concentrated on an at most countable set).

The statement 1 is well-known and can be seen as a consequence of Theorem 1.2.3 in Florens et al. (1990). However it can also be seen as a consequence of the equivalence between (7) and (13), together with the Bayes Formula (10). The statement 2, in its turn, is a consequence of the equivalence between (7) and (12). It contains a sound statistical implication: condition (7) can hold or can fail, according to the different choices of the prior distribution μ.

5 Mixed distributions for additive noise and related decompositions

As mentioned in the Introduction, non-dominated statistical models are natural in the non-parametric setting. As far as the parametric case is concerned, they are not so common, on the contrary. Non-dominated experiments can however emerge, in a very natural case, in the frame of models with an additive noise. This happens when the probability law of the noise is a mixture between a discrete and a continuous distribution.

Let $\mathcal{G} \subset \mathbb{R}^k$ be a finite-dimensional parameter space and assume that it is uncountable (otherwise we would have domination in any case). Moreover, under each P_θ (for $\theta \in \mathcal{G}$), the observable random variable X has the form

$$X = K(\theta) + \varepsilon, \tag{14}$$

where K is a measurable function defined on $\mathcal{G}$ with an uncountable range, and ε is interpreted as the (random) *noise*. The distribution function F_ε of ε has the form

$$F_\varepsilon(y) = pF_d(y) + (1-p)F_{ac}(y) \tag{15}$$

where F_d and F_{ac} are discrete and absolutely continuous distributions functions, respectively, and $p \in (0,1)$.

The specific form of eq. (11) and the message contained in Theorem 1 can be discussed for this class of models. For the sake of simplicity, we can think of the case where $\mathcal{G} = \mathcal{X} = \mathbb{R}$, K in (14) is the identity function, and F_{ac} and F_d in (15) are

$$F_{ac}(y) = \int_{-\infty}^{y} f(x)dx \text{ (for all } y \in \mathbb{R}) \tag{16}$$

for a continuous density f, and

$$F_d(y) = \begin{cases} 1 & \text{if } y \geq 0 \\ 0 & \text{if } y < 0. \end{cases} \tag{17}$$

Namely F_d is the distribution function of the (degenerate) random variable taking value 0 with probability one. We have in mind a situation where, with positive probabilities $(1-p)$ and p, the noise can respectively be present or missing in an observation, but such a circumstance is not directly detectable for the experimenter. Therefore the statistical observation can carry a piece of deterministic information about the unobservable value θ. This example actually demonstrates some main aspects of the arguments in the previous section. A slight different presentation of this example can be found in Macci (1996, Section 4). Related with example, see also Berger and Wolpert (1988, page 30) for a discussion on the "likelihood principle" and Macci and Polettini (2001, Section 3) for the study of the Bayes Factor in a hypothesis testing problem.

We start with the expression of the sampling distributions that, for the present model, is given by

$$P_\theta(B) = p1_B(\theta) + (1-p)\int_B f(x-\theta)dx \text{ (for all } B \in \mathcal{B}_\mathcal{X}). \tag{18}$$

In our analysis the case of interest is when the prior distribution μ is absolutely continuous, with density m. Then, as one could expect, the posterior distribution $\mu(\cdot|x)$ should asses a positive probability to x (and only to x) provided $m(x) > 0$. In fact there is the possibility that the observation has not been affected by any noise, and thus the sampled value x coincides with θ. This intuition is confirmed by the expression of the posterior distribution presented in eq. (19) below, which assesses to the value x the positive probability in (20). In order to derive formula (19), the expression of the predictive distribution is preliminarily needed. By (2) and some manipulations we get

$$P_{\mu,\mathcal{P}}(B) = \int_B \left\{pm(x) + (1-p)\int_\mathcal{G} f(x-\theta)m(\theta)d\theta\right\} dx \text{ (for all } B \in \mathcal{B}_\mathcal{X}).$$

Moreover, combining (3) and the latter expression, one can obtain

$$\mu(A|x) = \frac{pm(x)1_A(x) + (1-p)\int_A f(x-\theta)m(\theta)d\theta}{pm(x) + (1-p)\int_\mathcal{G} f(x-\theta)m(\theta)d\theta} \text{ (for all } A \in \mathcal{B}_\mathcal{G}). \tag{19}$$

Note that the singular components of the sampling distributions (18) reflect into the presence of the singular components for the posterior distributions. In fact the term $p1_B(\theta)$ in (18) triggers the term

$$\frac{pm(x)1_A(x)}{pm(x) + (1-p)\int_\mathcal{G} f(x-\theta)m(\theta)d\theta}$$

in (19). In particular, for $A = \{x\}$, we have

$$\mu(\{x\}|x) = \frac{pm(x)}{pm(x) + (1-p)\int_\mathcal{G} f(x-\theta)m(\theta)d\theta} > 0 \text{ when } m(x) > 0. \tag{20}$$

Interestingly, this probability is influenced by the behavior of the prior density m over all the parameter space $\mathcal{G}$.

We now turn to the Lebesgue decomposition of $\Pi_{\mu,\mathcal{P}}$ with respect to $\mu \otimes P_{\mu,\mathcal{P}}$. We remind that such decomposition is generally given by the formula (11). In the present case, the ingredients appearing in such formula respectively become

$$g_{\mu,\mathcal{P}}(\theta, x) = \frac{(1-p)f(x-\theta)}{pm(x) + (1-p)\int_\mathcal{G} f(x-\eta)m(\eta)d\eta}$$

and

$$D_{\mu,\mathcal{P}} = \{(\theta, x) \in \mathcal{G} \times \mathcal{X} | \theta = x\}.$$

We said above that the statistical observation can carry some piece of "deterministic" information about the parameter (the term $p1_B(\theta)$ in eq. (18) above) and, when the sample value is x, we must asses positive probability to x when $m(x)$ is positive (see eq. (20) above). This happens because the statistical observation can coincide with the parameter, and therefore the structure of the set $D_{\mu,\mathcal{P}}$ is not surprising.

Let us now focus attention on what happens when we have $n \geq 2$ statistical observations $X_1, \ldots, X_n$ conditionally independent and identically distributed, given θ. Thus we can write

$$X_i = \theta + \varepsilon_i \text{ (for } i = 1, \ldots, n)$$

with $\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n$ i.i.d. with distribution function F_ε defined by (15), (16) and (17). In particular we have $P(\varepsilon_i = 0) = p$ for all $i = 1, \ldots, n$.

In view of what follows, for any possible vector of sampled values $\underline{x} = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathcal{X}^n$, we can consider the distinct values $x_{i_1}, \ldots, x_{i_k}$, say, for some $\{i_1, \ldots, i_k\} \subset \{1, \ldots, n\}$, with their respective multiplicities. Moreover let $C_n^{(1)}$ be the subset of vectors having all distinct entries, i.e. n distinct values with multiplicity 1, and let $C_n^{(2)}$ be the subset of vectors having at most one repetitions, i.e. $k < n$ distinct values and only one entry $\hat{x}$, say, (among $(x_1, \ldots, x_n)$) has multiplicity strictly greater than 1. Then, if we denote the predictive distribution for the case of n observations by $P_{\mu,\mathcal{P}_n}$, it is possible to check by some computations that

$$P_{\mu,\mathcal{P}_n}\left(C_n^{(1)} \cup C_n^{(2)}\right) = 1.$$

Moreover, as far as the posterior distributions $\{\mu_{\mathcal{P}_n}(\cdot|\underline{x}) : \underline{x} \in \mathcal{X}^n\}$ are concerned, it is possible to prove that we have the following situations:

1. if $\underline{x} \in C_n^{(1)}$, then the posterior distribution assesses an absolutely continuous part (w.r.t. the prior distribution) and some probability masses on the distinct values $x_1, \ldots, x_n$;

2. if $\underline{x} \in C_n^{(2)}$, then the posterior distribution assesses probability 1 to the value $\hat{x}$.

One could expect that, for an increasing number of observations, the probability increases to observe repetitions in the sample. Such repetitions make the posterior distributions to collapse and degenerate into the repeated value, as stated in item 2 above. A closer inspection of the structure of the model reveals that

$$P_{\mu,\mathcal{P}_n}\left(C_n^{(2)}\right) = 1 - P_{\mu,\mathcal{P}_n}\left(C_n^{(1)}\right) = 1 - [(1-p)^n + np(1-p)^{n-1}],$$

which is nondecreasing with n. Thus

$$P_{\mu,\mathcal{P}_n}\left(\{\underline{x} \in \mathcal{X}^n : \mu_{\mathcal{P}_n}(\cdot|\underline{x}) \text{ and } \mu \text{ are mutually singular}\}\right)$$

is nondecreasing with n. This result also holds for more general situations (see e.g. eq. (4.2) in Macci (1998)).

References

[1] Bahadur, R.R. (1954) Sufficiency and statistical decision functions, *Ann. Math. Statist.*, **25**, 423-462.

[2] Berger, J.O., and Wolpert, R.L. (1988) *The Likelihood Principle, 2nd Edition*, Hayward, California: IMS Lecture Notes.

[3] DeGroot, M.H. (1970) *Optimal Statistical Decisions*, New York: McGraw-Hill.

[4] Ferguson, T.S. (1973) A Bayesian analysis of some nonparametric problems, *Ann. Statist.*, **1**, 209-230.

[5] Florens, J., Mouchart, M., and Rolin, J. (1990) *Elements of Bayesian Statistics*, New York: Marcel Dekker.

[6] Halmos, P.R., and Savage, L.J. (1949) Application of the Radon-Nikodym theorem to the theory of sufficient statistics, *Ann. Math. Statist.*, **20**, 225-241.

[7] James, L. F., Lijoi, A., and Prünster, I. (2006) Conjugacy as a distinctive feature of the Dirichlet process. *Scand. J. Statist.* **33** (2006), 105-120.

[8] Macci, C. (1996) On the Lebesgue decomposition of the posterior distribution with respect to the prior in regular Bayesian experiments, *Statist. Probab. Lett.*, **26**, 147-152.

[9] Macci, C. (1998) On Bayesian experiments related to a pair of statistical observations independent conditionally on the parameter. *Statist. Decisions* **16**, 47-63.

[10] Macci, C., and Polettini, S. (2001) Bayes factor for non-dominated statistical models, *Statist. Probab. Lett.*, **53**, 79-89.

[11] Regazzini, E., Lijoi, A., and Prünster, I. (2003) Distributional results for means of normalized random measures with independent increments. *Ann. Statist.* **31**, 560-585.

[12] Runggaldier, W. J., and Spizzichino, F. (1987) Finite-dimensionality in discrete-time nonlinear filtering from a Bayesian statistics viewpoint. In: *Stochastic modelling and filtering* (Rome, 1984), 161-184. Lecture Notes in Control and Inform. Sci., 91, Springer, Berlin.

Eventos

- **EBEB 2014 - 12º Encontro Brasileiro de Estatística Bayesiana**, Atibaia, SP – Brasil, 10 a 14 de Março de 2014
(*http://www.ime.usp.br/ isbra/ebeb/*)

Como dito no número anterior, no período de 10 a 14 de março de 2014 ocorrerá o 12º EBEB - Encontro Brasileiro de Estatística Bayesiana - organizado pela ISBrA. O evento será realizado no Hotel Fazenda Hípica Atibaia (*www.hotelfazendaatibaia.com.br*), no interior do estado de São Paulo. O local é muito agradável e similar ao do EBEB 2012.

O EBEB visa fortalecer a pesquisa em métodos bayesianos e ampliar sua aplicação. Durante o evento, pesquisadores brasileiros e internacionais podem colaborar, apresentar seus mais recentes desenvolvimentos e discutir sobre problemas em aberto. Além disso, alunos de pós-graduação tem a possibilidade de entrar em contato com pesquisadores experientes. O encontro tem como foco discutir os recentes desenvolvimentos nos mais diversos pontos de vista da estatística bayesiana, tais como computacional, teórico, metodológico e aplicado.

Alguns dos convidados para essa edição são Dalia Chakrabarty (*University of Leicester and University of Warwick*, Reino Unido), Gert de Cooman (*Ghent University*, Bélgica), Dipak Dey (*University of Connecticut*, EUA), Kevin Knuth (*University at Albany - SUNY*, EUA), Hedibert Lopes (*INSPER*, Brasil), Luis Raul Pericchi (*University of Puerto Rico*, Porto Rico), Josemar Rodrigues (*USP*, Brasil), Fabrizio Ruggeri (*Consiglio Nazionale delle Ricerche*, Itália), André Rogatko (*Samuel Oschin Comprehensive Cancer Institute*, EUA), Ricardo Silva (*University College London*, Reino Unido), Debajyoti Sinha(*Florida State University*, EUA) e Cassio P. de Campos (*Dalle Molle Institute for Artificial Intelligence*, Suíça).

Os trabalhos completos aceitos serão publicados em um livro da série *"Springer Proceedings in Mathematics & Statistics"* (*http://www.springer.com/series/10533*) e os resumos podem ser enviados até o dia 10 de janeiro.

- **MCMSki IV**, Chamonix Mont-Blanc – França, 06 a 08 de Janeiro de 2014.
(*www.pages.drexel.edu/ mwl25/mcmski/*)

A quarta edição do MCMSki será realizado em Chamonix Mont-Blanc, França, em janeiro de 2014. Como nos eventos anteriores, a realização é uma parceria entre o *Institute of Mathematical Statistics* (IMS) e a ISBA, e será a primeira reunião oficial da recém-criada seção BayesComp da ISBA. Vai concentrar-se em todos os aspectos teóricos e metodológicos do MCMC, incluindo áreas afins como Monte Carlo sequencial, computação bayesiana aproximada (ABC) e Monte Carlo Hamiltoniano. Em contraste com as reuniões anteriores, vai mesclar o evento principal com o workshop satélite Adap'ski, por ter sessões paralelas sobre os diferentes temas.

- **7th Annual Bayesian Biostatistics and Bioinformatics Conference**, Houston, Texas – EUA, 12 a 14 de Fevereiro de 2014.
(*biostatistics.mdanderson.org/BBBC2014*)

Como vem ocorrendo nos últimos anos, o centro de estudos de câncer MD Anderson, do Departamento de Bioestatística da *University of Texas*, organizará este evento voltado principalmente aos usuários e pesquisadores da metodologia bayesiana aplicada em bioestatística e bioinformática. Entre os organizadores, está a pesquisadora brasileira Telba Irony, da *Food and Drug Administration*.

- **2014 American Statistical Association Conference on Statistical Practice**, Tampa, Florida – EUA, 20 a 22 de Fevereiro de 2014.
(*www.amstat.org/meetings/csp/2014/*)

Statistical Practice 2014 pretende reunir centenas de profissionais de estatística, incluindo analistas de dados, pesquisadores e cientistas, que se dedicam à aplicação da estatística para resolver problemas do mundo real em seu dia a dia. A conferência será uma oportunidade para aprender sobre as mais recentes metodologias e melhores práticas de planejamento, análise, programação e consultoria estatística.

- **AISTATS 2014 - 17th International Conference on Artificial Intelligence and Statistics**, Reykjavik – Islândia, 22 a 25 de Abril de 2014.
(*www.aistats.org/*)

A décima sétima edição da *"International Conference on Artificial Intelligence and Statistics"* (AISTATS 2014) será realizada em Reykjavik, na Islândia. A AISTATS é um evento interdisciplinar de pesquisadores na intersecção de ciência da computação, inteligência artificial, machine learning, estatística e áreas afins. Desde a sua criação em 1985, o principal objetivo do AISTATS tem sido o de ampliar a investigação nestes domínios, promovendo a troca de ideias entre eles.

Pôsteres podem ser submetidos até o dia 24 de janeiro.

- **George Box Research Workshop on Frontiers of Statistics**, Washington, D.C. – EUA, 20 a 22 de Maio de 2014. (*business.gwu.edu/decisionsciences/i2sds/conferences.cfm*)

O ISBA-George Box Research Workshop on Frontiers of Statistics é co-organizado por três seções da ISBA: *Economics, Finance and Business*, *Industrial Statistics* e *Objective Bayes* e será realizada na *The George Washington University*. Esta reunião contará com apresentações sobre pesquisa de ponta e aplicações da estatística bayesiana e áreas afins. O princifal foco são as áreas desenvolvidas por George Box, através de sua carreira pioneira como pesquisador em conceitos, teoria, métodos e aplicações em diversas áreas. O workshop é uma oportunidade de participar da reflexão sobre o legado de Box, trocar idéias, avanços e identificar os principais desafios, definindo assim novos direcionamentos de pesquisa.

- **Frontiers Of Hierarchical Modeling In Observational Studies, Complex Surveys And Big Data: A Conference Honoring Professor Malay Ghosh**, College Park, Maryland – EUA, 29 a 31 de Maio de 2014. (*www.jointprogram.umd.edu/ghosh/*)

No período de 29 a 31 de maio de 2014 será realizada a conferência *Frontiers Of Hierarchical Modeling In Observational Studies, Complex Surveys And Big Data* na Universidade de Maryland em homenagem ao professor Malay Ghosh, celebrando seu 70º aniversário. A conferência é patrocinada conjuntamente pelo *Joint Program in Survey Methodology* (JPSM), *Institute of Mathematical Statistics* (IMS), *Washington Statistical Society* (WSS) da *American Statistical Association* (ASA) e pelo *National Agricultural Statistics Service* (NASS) do Departamento de Agricultura dos EUA.

Dentre os tópicos abordados no evento estão análise bayesiana empírica e hierárquica, modelos hierárquicos, estimação em pequenas áreas, estudos caso-controle, estatística não paramétrica, abordagens bayesiana para Machine Learning e Data Mining, verossimilhança empírica e análise sequencial.

Trabalhos podem ser submetidos em forma de comunicação oral ou poster até o dia 14 de fevereiro de 2014.

- **FUR 2014 - 16th Foundations of Utility and Risk Conference**, Roterdã – Holanda, 30 de Junho a 02 de Julho de 2014. (*www.eur.nl/ese/fur2014/*)

A FUR é uma conferência bastante interdisciplinar. Entre seus participantes estão economistas, psicólogos, matemáticos, administradores, filósofos, estatísticos (bayesianos ou não), entre outros pesquisadores.

Os tópicos abordados vão além dos modelos de decisão clássicos, incluindo risco e utilidade não esperada, incerteza e ambigüidade, decisão intertemporal e desconto hiperbólico, teoria dos jogos sob uma visão psicológica e de preferências sociais.

A submissão de trabalhos pode ser feita até o dia 15 de março de 2014.

- **Bayesian Biostatistics 2014**, Zurique – Suíça, 02 a 05 de Julho de 2014. (*www.biostat.uzh.ch/research/bayesbiostats*)

Bayesian Bioestatística 2014, patrocinado pela *University of Zurich* e aprovado pela ISBA, é uma conferência satélite do IBC 2014, a ser realizado em Florença, na Itália. O objetivo é apresentar os desenvolvimentos recentes em aplicações clínicas, epidemiológicas e biológicas dos métodos bayesianos. Além dos palestrantes convidados, também contará com apresentações orais e uma sessão de pôster. O programa social inclui um jantar no dia 3 e uma excursão à montanha no dia 5 de julho.

A submissão de trabalhos pode ser feita antes do dia 15 de março.

- **IBC 2014 - 27th International Biometric Conference**, Florença – Itália, 06 a 11 de Julho de 2014. (*www.ibs-italy.info/ibc-2014.html*)

A 27ª *International Biometric Conference* será realizada no *Firenze Fiera Congress & Exhibition Center* em Florença, na Itália. A única vez que a IBC foi realizada na Itália foi em sua terceira edição, no ano de 1953.

A conferência é dedicada aos recentes desenvolvimentos e aplicações de biometria e estatística nos mais diversos campos das ciências biológicas e ambientais.

Trabalhos podem ser submetidos até o dia 15 de Janeiro de 2014.

- **ISBA 2014 - Twelfth ISBA World Meeting**, Cancún – México, 14 a 18 de Julho de 2014. (*isba2014.eventos.cimat.mx/*)

O encontro mundial ISBA 2014 é a continuação das reuniões de Valencia/ISBA realizadas regularmente desde 1979. Encontros recentes incluem Hamilton Island em 2008 (Austrália), Valencia em 2010 (Benidorm, Espanha) e Kyoto em 2012 (Japão). Desde 2012 estas reuniões são exclusivamente organizada pela ISBA.

A 12ª edição do encontro mundial da ISBA será realizada no *Cancún Conference Center* (www.cancuncenter.com), em *"Punta Cancún"*. Cancún é um resort no canto nordeste da península de Yucatán, no estado de Quintana Roo, México, localizado a cerca de 1.500 km a leste da Cidade do México.

Dentre os convidados estão Jim Berger (*Duke University*, EUA), Sylvia Fruehwirth-Schnatter (*Wirtschafts U. Vienna*, Austria), Peter Müller (*UT Austin*, EUA), Gareth Roberts (*University of Warwick*, Reino Unido), David Banks (*Duke University*, EUA), Igor Prüenster (*University of Torino*, Itália), Sylvia Richardson (*University of Cambridge*, Reino Unido), Marina Vannucci (*Rice University*, EUA) e Chris Wikle (*University of Missouri*, EUA).

A submissão para a seção de pôsteres pode ser feita até o dia 15 de fevereiro de 2014.

- **IWSM 2014 - 29th International Workshop on Statistical Modelling**, Göttingen – Alemanha, 14 a 18 de Julho de 2014. (*www.uni-goettingen.de/iwsm2014*)

O IWSM é uma das principais atividades do *Statistical Modelling Society*, fundada com o objetivo de promover e incentivar a modelagem estatística em seu sentido mais amplo, envolvendo estatísticos acadêmicos e profissionais. Desde sua primeira edição, essa oficina se concentra em problemas motivados por dados reais, bem como soluções que tragam novas contribuições para a área.

A atmosfera das oficinas é amigável, sem sessões paralelas, com o objetivo de estimular o intercâmbio de idéias e experiências relacionadas à modelagem estatística.

Os resumos podem ser submetidos até 31 de janeiro.

- **UCM 2014 - Uncertainty in Computer Models Conference**, Sheffield – Reino Unido, 28 a 30 de Julho de 2014. (*www.mucm.ac.uk/UCM2014.html*)

Dando continuidade as edições do *Uncertainty in Computer Models* de 2010 e 2012, a *UCM 2014* será realizada em Sheffield, no Reino Unido. Esta série de conferências é uma iniciativa do projeto MUCM (*Managing Uncertainty in Complex Model*, mucm.ac.uk). Este projeto consiste de pesquisas destinadas a todos os aspectos de incerteza em modelos computacionais.

A data limite para a submissão de comunicações orais e pôsteres é 14 de março de 2014.

- **JSM 2014 - Joint Statistical Meeting**, Boston, Massachusetts – EUA, 02 a 07 de Agosto de 2014. (*www.amstat.org/meetings/jsm/2014/*)

O JSM é o maior encontro de estatísticos realizados na América do Norte. Com a presença de mais de 6.000 participantes, as atividades incluem apresentações orais, sessões de pôsteres, cursos, um salão de exposições (com produtos estatísticos de ponta e oportunidades), serviços de recolocação na carreira, reuniões sociais e de negócios, reuniões de comissões, atividades sociais e oportunidades de networking.

O encontro é organizado conjuntamente pela *American Statistical Association* (ASA), *International Biometric Society* (IBS), *Institute of Mathematical Statistics* (IMS), *International Chinese Statistical Association* (ICSA), *International Indian Statistical Association* (IISA), *International Society for Bayesian Analysis* (ISBA), *Korean International Statistical Society* (KISS), *Royal Statistical Society* e *Statistical Society of Canada*.

A submissão de trabalhos pode ser feita até o dia 3 de fevereiro.

- **4th Annual WinBUGS workshop: Bayesian Modeling for Cognitive Science**, Amsterdam – Holanda, 11 a 15 de Agosto de 2014. (*bayescourse.socsci.uva.nl*)

Este workshop é destinado a pesquisadores que queiram aprender como aplicar inferência bayesiana na prática, fornecendo uma base teórica, ensinando a usar o programa WinBUGS e aplicá-lo a uma vasta gama de modelos estatísticos. A maioria das aplicações discutidas serão provenientes da ciência cognitiva. O workshop é baseado em um conjunto de capítulos de livros e exercícios concretos de diferentes graus de dificuldade e é apropriado para pesquisadores com um pouco de conhecimento em inferência bayesiana e R ou Matlab.

- **BAYSM 2014 - 2nd Bayesian Young Statisticians Meeting**, Viena – Áustria, 18 a 19 de Setembro de 2014. (*baysm2014.wu.ac.at/*)

O BAYSM 2014 é a segunda edição do *Bayesian Young Statisticians Meeting*. O encontro oferece uma plataforma para estudantes e jovens pesquisadores possam apresentar sua pesquisa, receber opiniões e discutir problemas em aberto. Os jovens pesquisadores podem formar parcerias e fazer contatos com pesquisadores experientes da comunidade Bayesiana. Além da academia, BAYSM visa atrair jovens pesquisadores das áreas aplicadas de estatística bayesiana, tais como *machine learning*, bioinformática e econometria.

BAYSM 2014 será realizado em Viena, no campus recém construído e inaugurado do *WU Vienna University of Business and Economics*. Os palestrantes principais são Chris Holmes (*University* *of Oxford*, Reino Unido) e Mike West (*Duke University*, EUA).

A submissão de trabalhos pode ser feita online até o dia 04 de maio de 2014.

- **2014 ASA Biopharmaceutical Section FDA-Industry Statistics Workshop**, Washington, D.C. – EUA, 22 a 24 de Setembro de 2014. (*www.amstat.org/meetings/fdaworkshop/2014/*)

O *ASA Biopharmaceutical Section FDA-Industry Statistics Workshop* é patrocinado pela Seção Biofarmacêutica da ASA, em cooperação com a Associação de Estatística do FDA. Acontecendo anualmente, a conferência tem duração de dois dias com sessões co-presididas por estatísticos da indústria, da academia e do FDA. Além disso, são oferecidos cursos de curta duração sobre temas relacionados no dia anterior ao evento.

Trabalhos podem ser enviados até o dia 21 de março de 2014.

Diretoria da ISBrA:

PRESIDENTE:	*Adriano Polpo* (DEs – UFSCar)
SECRETÁRIO:	*Francisco Louzada Neto* (ICMC – USP)
TESOUREIRA:	*Laura Ramos Rifo* (IMECC – Unicamp)
site:	*http://www.ime.usp.br/~isbra/*
e-mail:	*isbra@ime.usp.br*