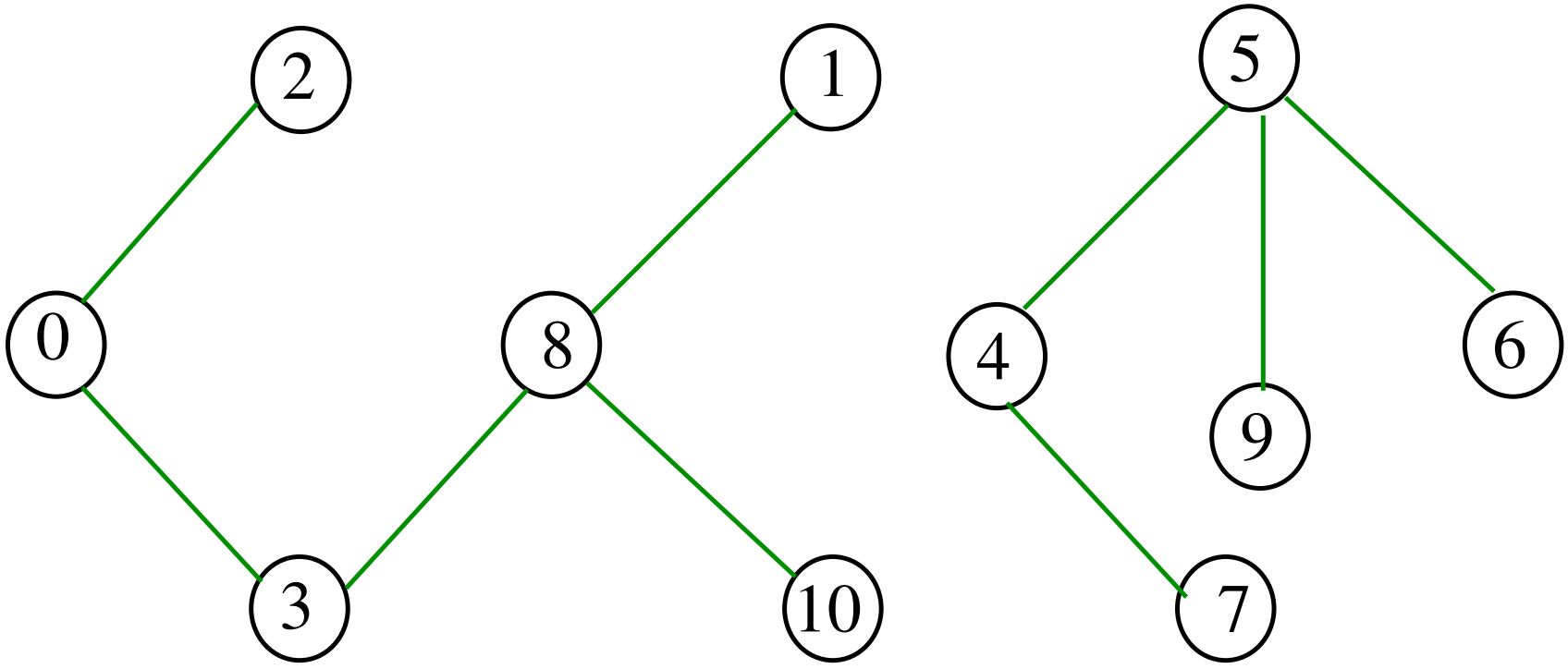
Florestas e árvores

Florestas

Uma **floresta** (= *forest*) é um grafo sem ciclos não-triviais

Exemplo:



Propriedades

Para cada par s,t de vértices de uma árvore existe um e um só caminho simples de s a t.

Toda árvore com V vértices tem exatamente V-1 arestas.

Conclusão

Para todo grafo G, vale uma e apenas umas das seguintes afirmações:

- G possui um ciclo não trivial
- G é uma floresta

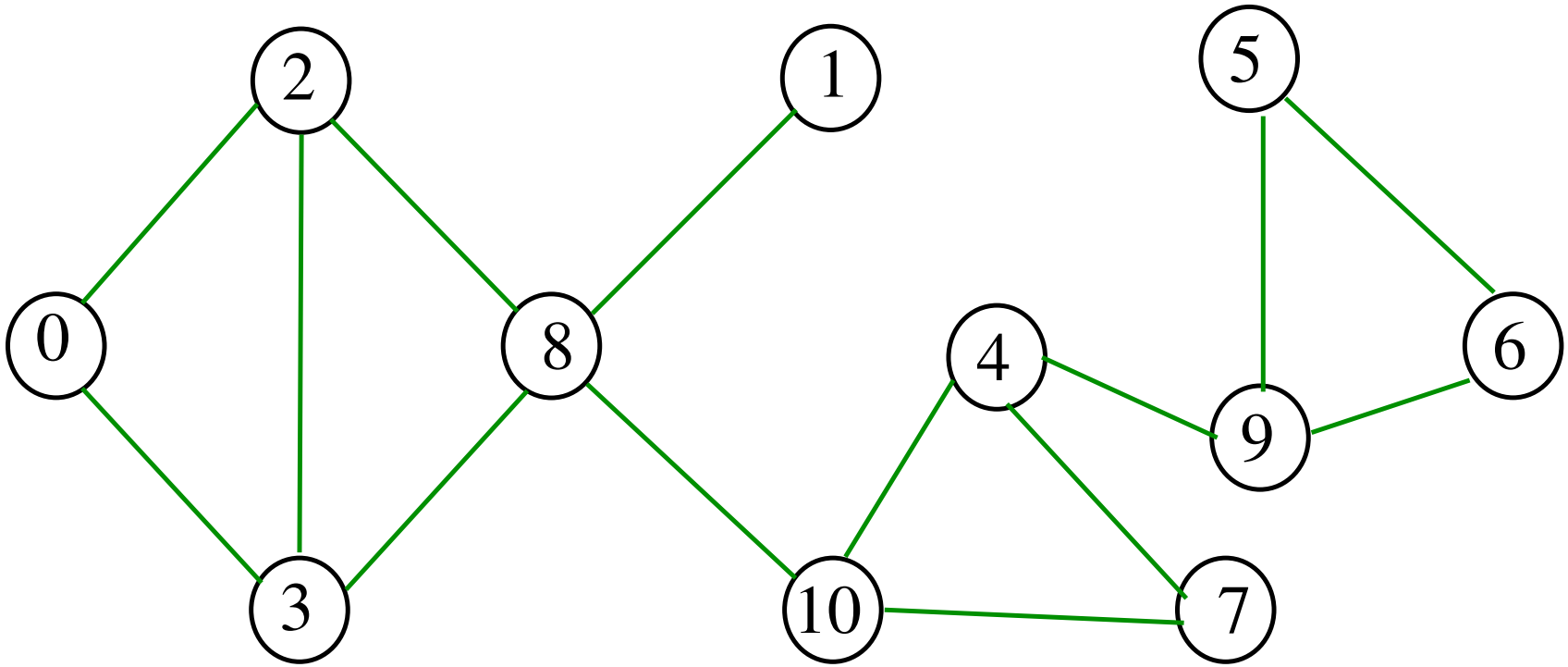
Componentes de grafos

S 18.5

Grafos conexos

Um grafo é **conexo** se e somente se, para cada par (s,t) de seus vértices, existe um caminho com origem s e término t

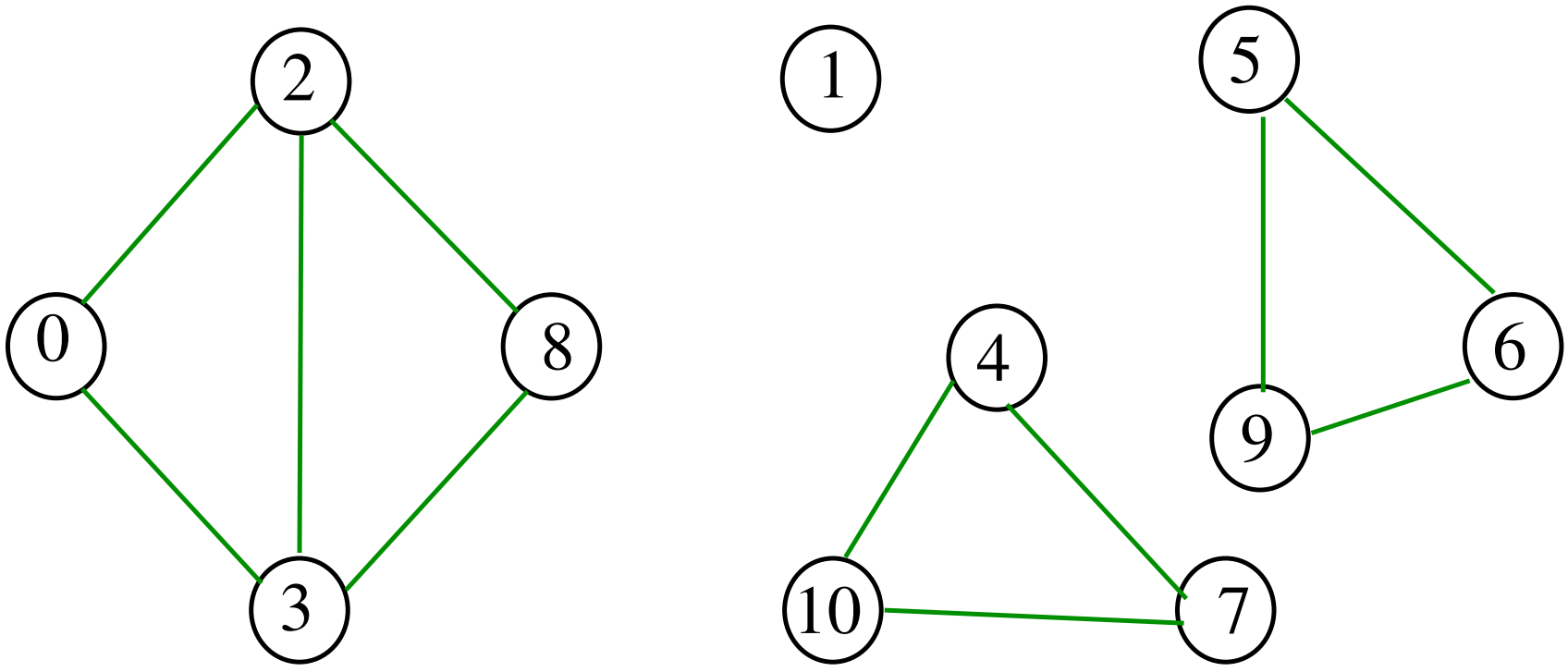
Exemplo: um grafo conexo



Componentes de grafos

Uma **componente** (= *component*) de um grafo é um subgrafo conexo maximal

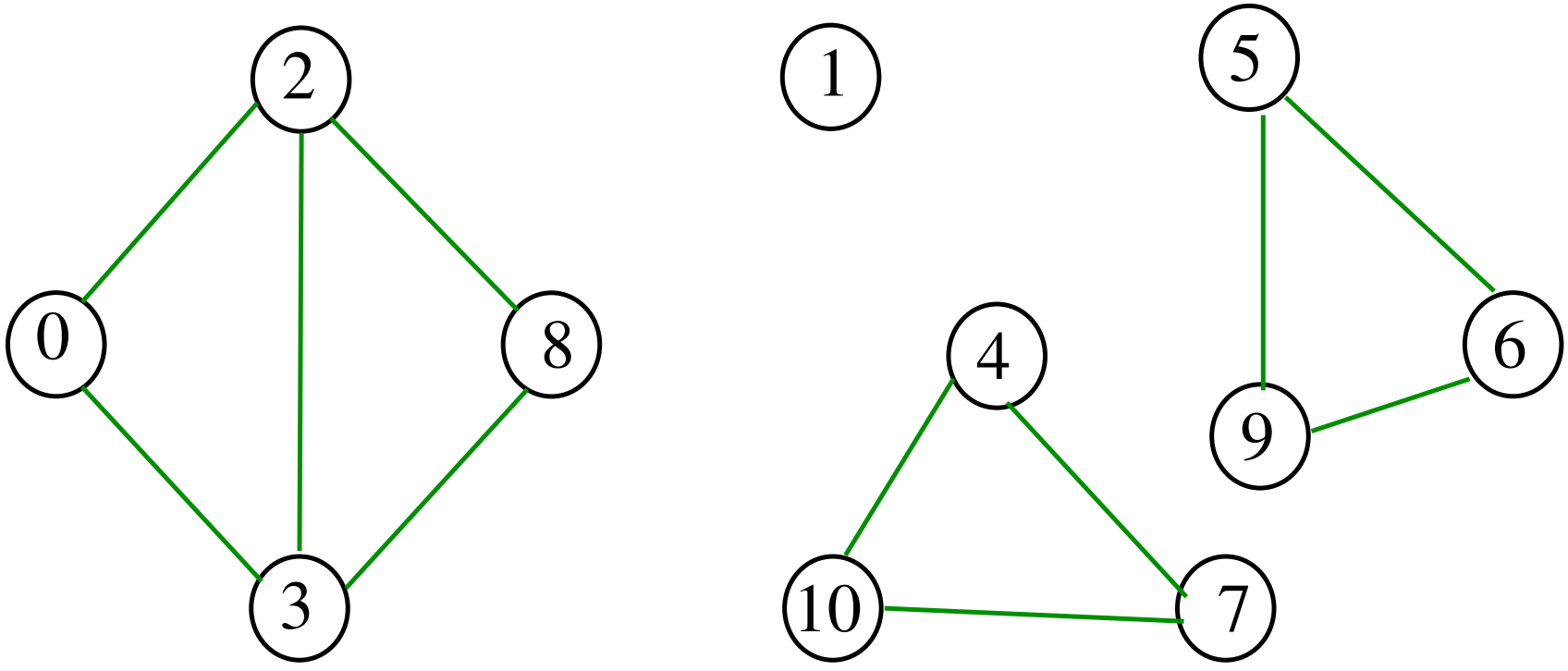
Exemplo: grafo com 4 componentes (conexas)



Contando componentes

Problema: calcular o número de componentes

Exemplo: grafo com 4 componentes



Cálculo das componentes de grafos

A função abaixo devolve o número de componentes do grafo G.

```
#define maxV 10000
static int cc[maxV];
```

Além disso, ela armazena no vetor cc o número da componente a que o vértice pertence:

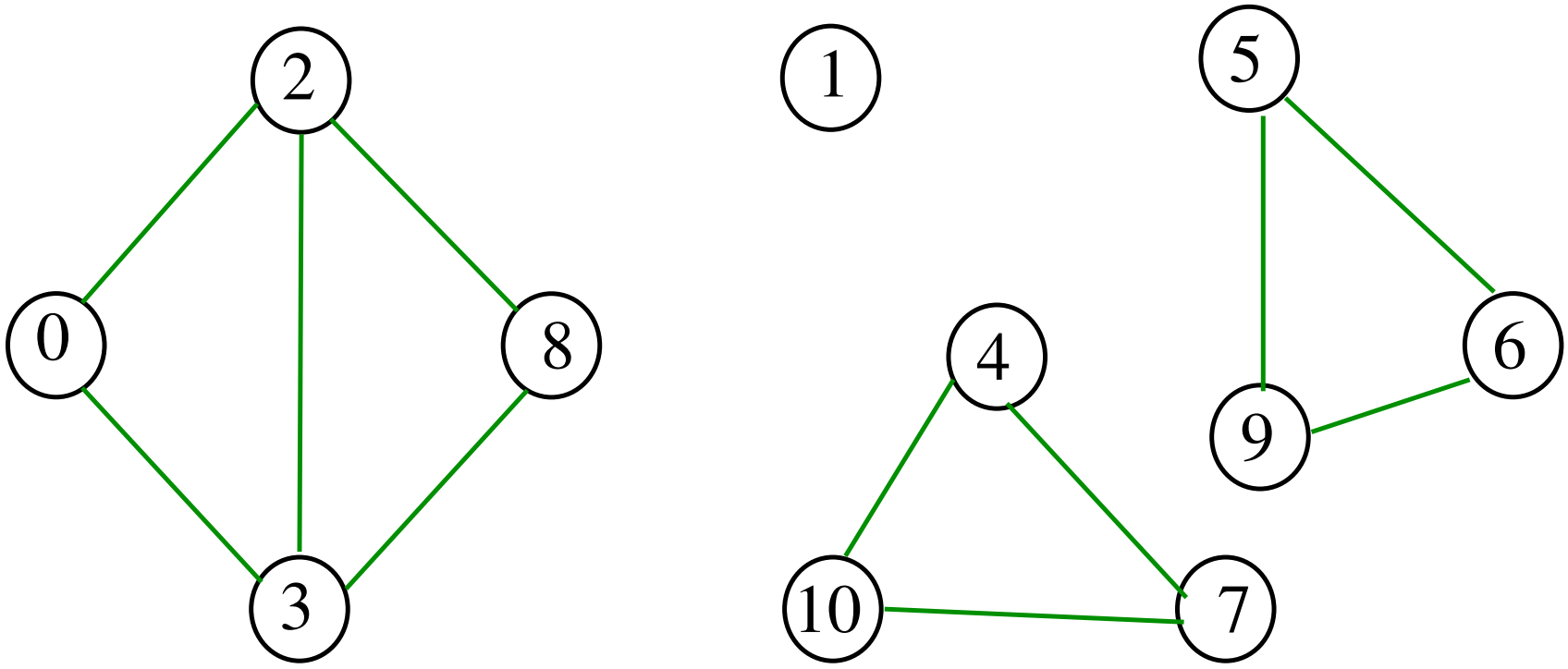
se o vértice v pertence à k-ésima componente então

```
cc[v] == k-1
```

```
int GRAPHcc (Graph G)
```

Exemplo

v	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
cc[v]	0	1	0	0	2	3	3	2	0	3	2



GRAPHcc

```
   int GRAPHcc (Graph G) {
    Vertex v ; int id = 0;
1   for (v = 0; v < G->V; v ++) cc[v] = -1;
2   for (v = 0; v < G->V; v ++)
3       if (cc[v] == -1)
            /* não atingido, nova componente */
4           dfsRcc(G, v, id++);
5   return id;
   }
```

dfsRcc

```
   void dfsRcc (Graph G, Vertex v, int id){
    link p;
1   cc[v] = id;
2   for (p = G->adj[v]; p; p = p->next)
3       if (cc[p->w] == -1)
4           dfsRcc(G, p->w, id);
   }
```

Consumo de tempo

O consumo de tempo da função `GRAPHcc` é $O(V + A)$.

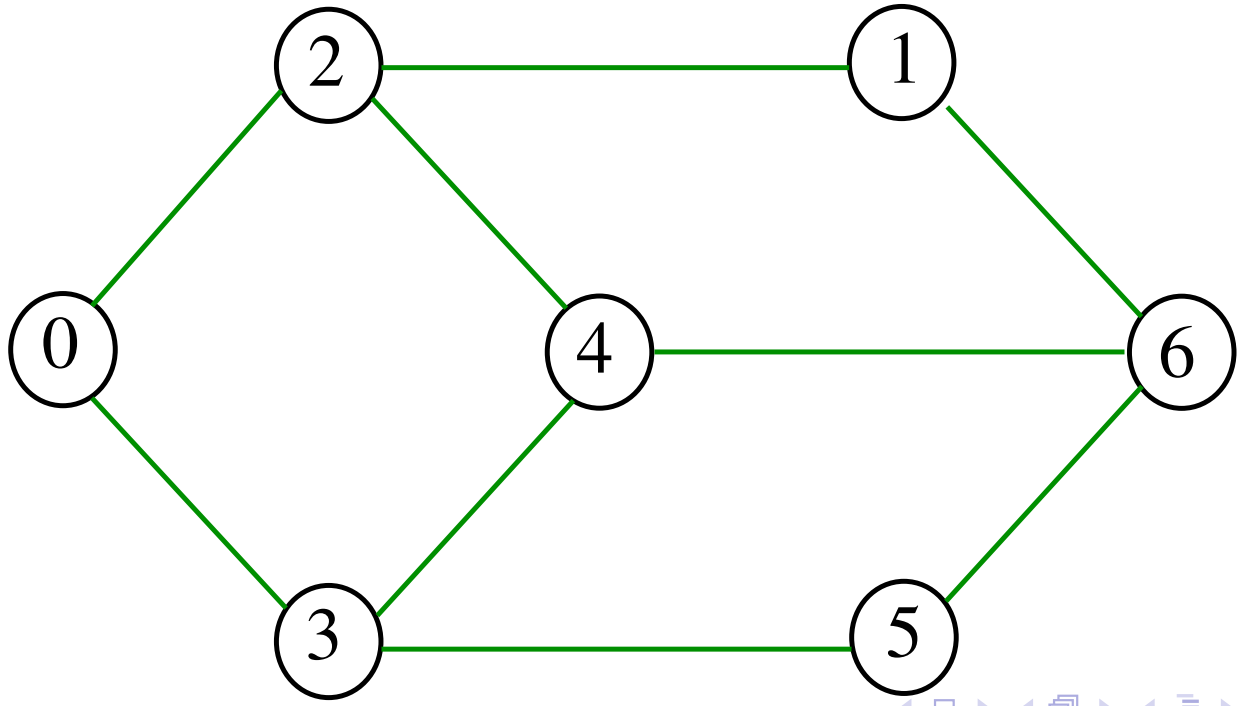
Grafos bipartidos e ciclos ímpares

S 18.5

Bipartição

Um grafo é **bipartido** (= *bipartite*) se existe uma bipartição do seu conjunto de vértices tal que cada aresta tem uma ponta em uma das partes da bipartição e a outra ponta na outra parte

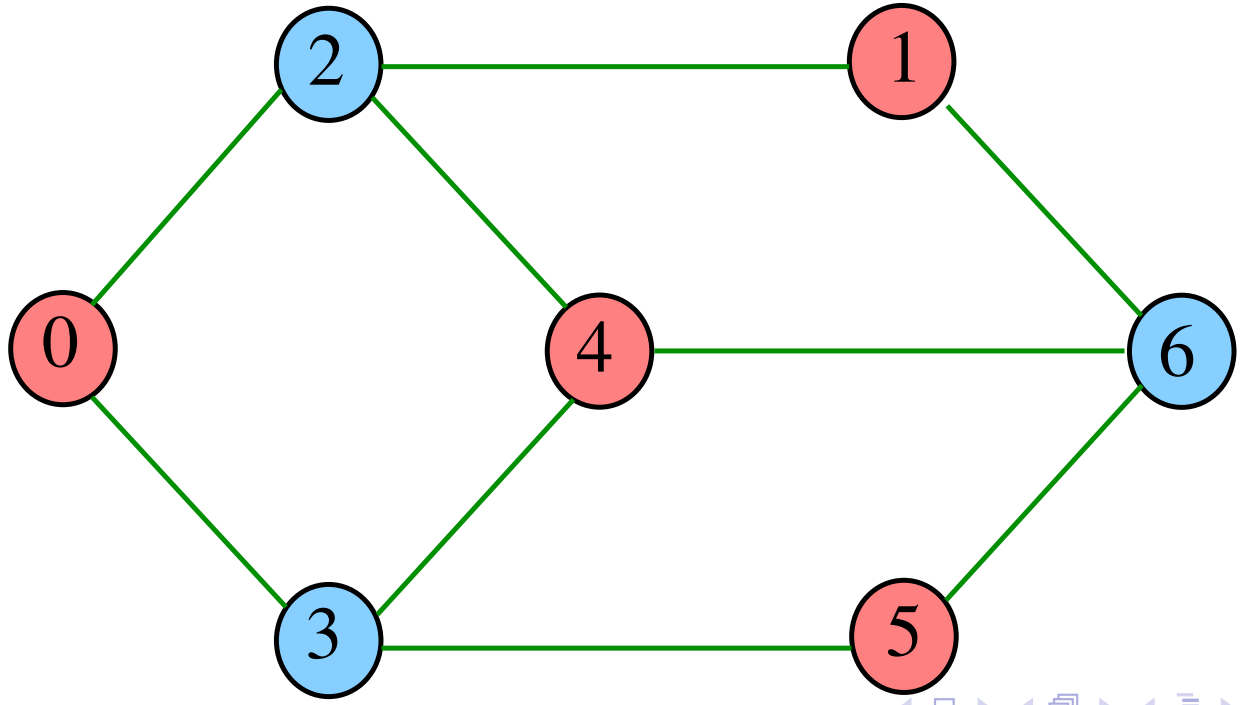
Exemplo:



Bipartição

Um grafo é **bipartido** (= *bipartite*) se existe uma bipartição do seu conjunto de vértices tal que cada aresta tem uma ponta em uma das partes da bipartição e a outra ponta na outra parte

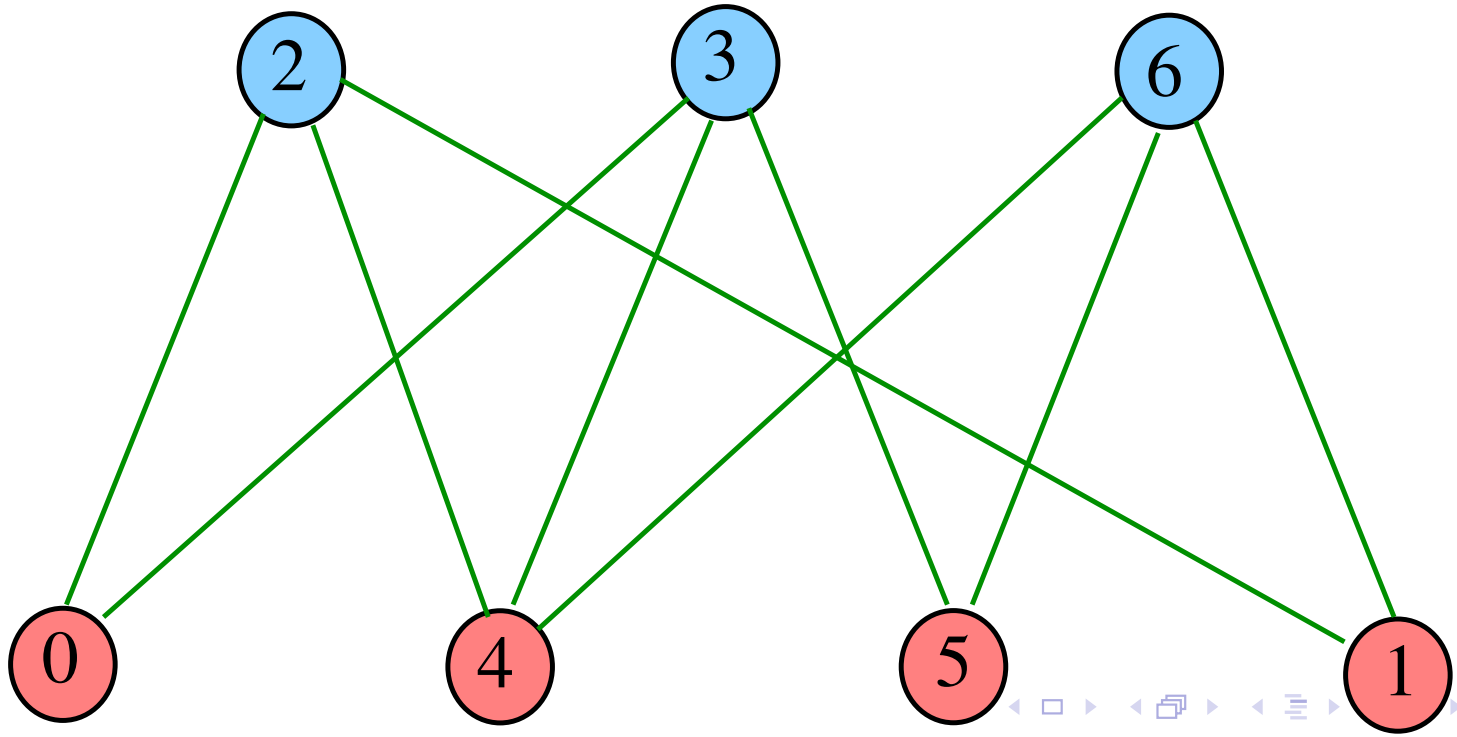
Exemplo:



Bipartição

Um grafo é **bipartido** (= *bipartite*) se existe uma bipartição do seu conjunto de vértices tal que cada aresta tem uma ponta em uma das partes da bipartição e a outra ponta na outra parte

Exemplo:



Florestas e bipartições

Teorema 1.

Toda floresta é um grafo bipartido.

Prova: Basta mostrar que toda árvore é.

Escolha um vértice v, e, para todo vértice w, faça:

$$\mathtt{cor}[w] = \mathit{dist}(v, w) \bmod 2.$$

Se u e w são adjacentes, o caminho de v ao mais distante passa pelo mais mais próximo e usa a aresta. Assim,as distâncias a v diferem de 1, e eles têm cores diferentes.

Florestas e bipartições

Teorema 1.

Toda floresta é um grafo bipartido.

Prova: Basta mostrar que toda árvore é.

Escolha um vértice v, e, para todo vértice w, faça:

$$\texttt{cor}[\texttt{w}] = \mathit{dist}(\texttt{v}, \texttt{w}) \bmod 2.$$

Se u e w são adjacentes, o caminho de v ao mais distante passa pelo mais mais próximo e usa a aresta. Assim,as distâncias a v diferem de 1, e eles têm cores diferentes.