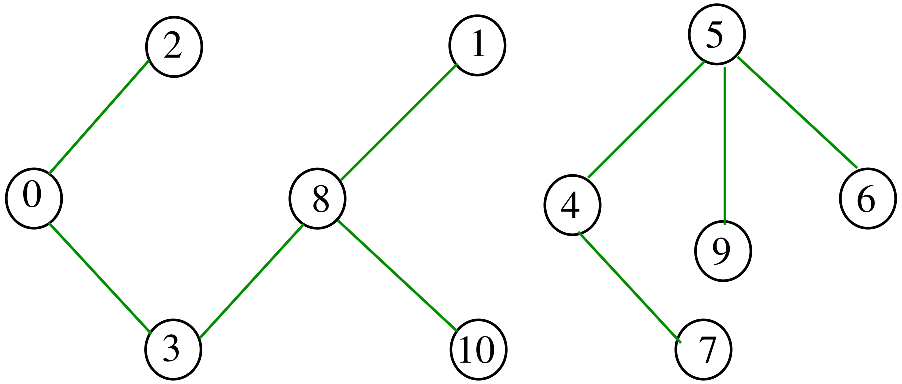
Florestas e árvores

Florestas

Uma **floresta** (= *forest*) é um grafo sem ciclos não-triviais

Exemplo:



Propriedades

Para cada par `s`,`t` de vértices de uma árvore existe um e um só caminho simples de `s` a `t`.

Toda árvore com `V` vértices tem exatamente `V`-1 arestas.

Conclusão

Para todo grafo `G`, vale uma e apenas umas das seguintes afirmações:

- `G` possui um ciclo não trivial
- `G` é uma floresta

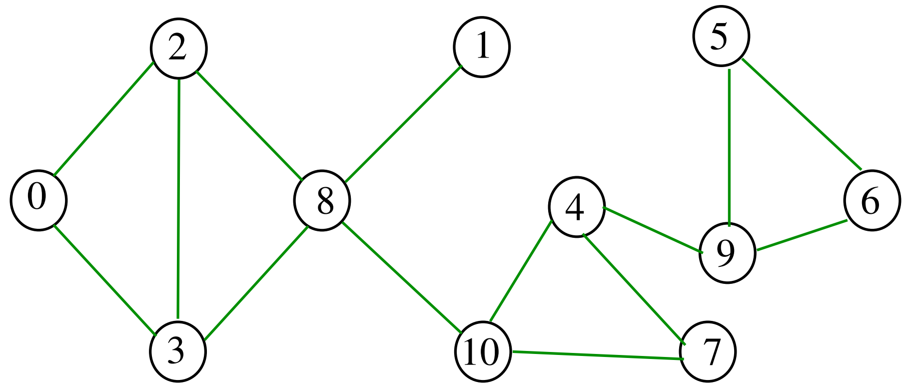
Componentes de grafos

S 18.5

Grafos conexos

Um grafo é **conexo** se e somente se, para cada par (`s`,`t`) de seus vértices, existe um caminho com origem `s` e término `t`

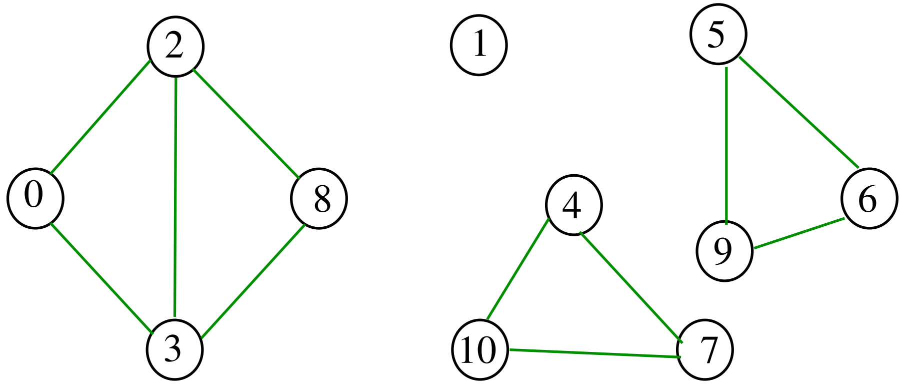
Exemplo: um grafo conexo



Componentes de grafos

Uma **componente** (= *component*) de um grafo é um subgrafo conexo maximal

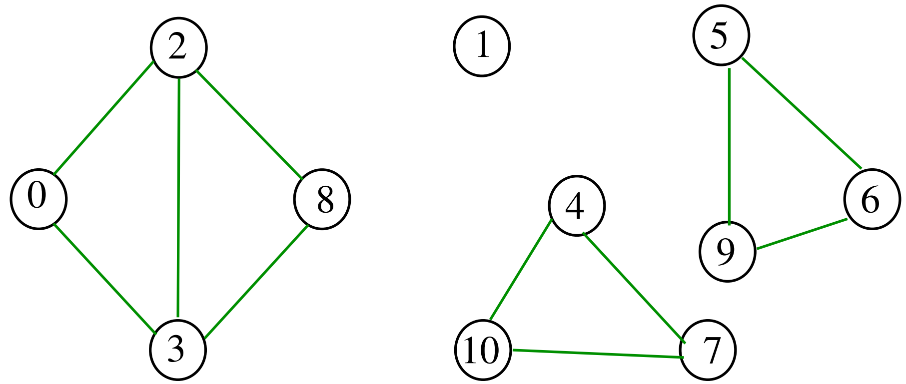
Exemplo: grafo com 4 componentes (conexas)



Contando componentes

Problema: calcular o número de componentes

Exemplo: grafo com 4 componentes



Cálculo das componentes de grafos

A função abaixo devolve o número de componentes do grafo G.

```
#define maxV 10000
static int cc[maxV];
```

Além disso, ela armazena no vetor cc o número da componente a que o vértice pertence:

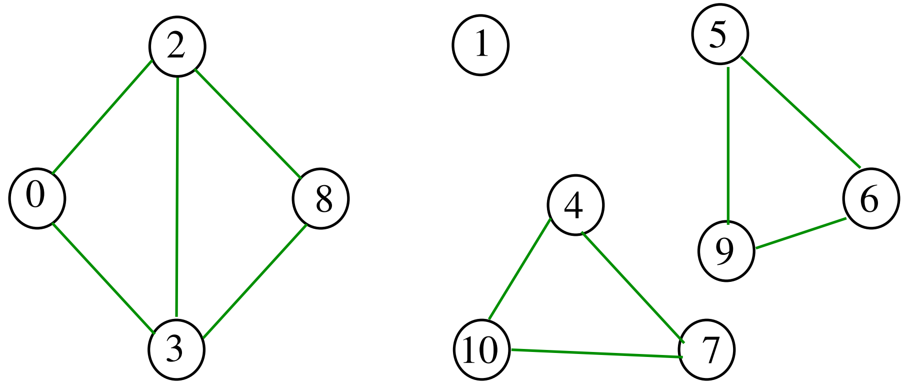
se o vértice v pertence à k-ésima componente então

cc[v] == k-1

```
int GRAPHcc (Graph G)
```


Exemplo

v	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
cc[v]	0	1	0	0	2	3	3	2	0	3	2



GRAPHcc

```
int GRAPHcc (Graph G) {
 Vertex v ; int id = 0;
 for (v = 0; v < G->V; v ++) cc[v] = -1;
 for (v = 0; v < G->V; v ++)
     if (cc[v] == -1)
        /* não atingido, nova componente */
         dfsRcc(G, v, id++);
 return id;
}
```


dfsRcc

```
void dfsRcc (Graph G, Vertex v, int id){
 link p;
 cc[v] = id;
 for (p = G->adj[v]; p; p = p->next)
     if (cc[p->w] == -1)
         dfsRcc(G, p->w, id);
}
```

Consumo de tempo

O consumo de tempo da função GRAPHcc é
$O(V + A)$.

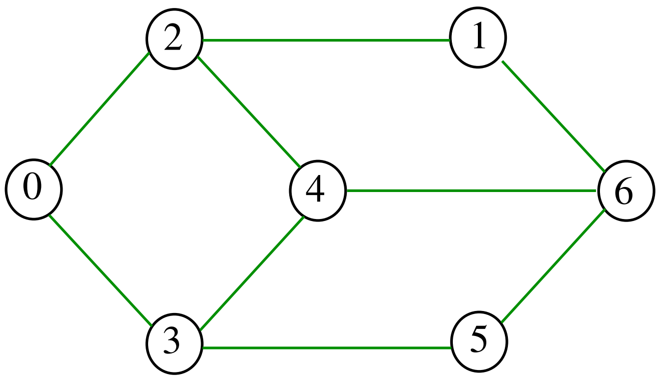
Grafos bipartidos e ciclos ímpares

S 18.5

Bipartição

Um grafo é **bipartido** (= *bipartite*) se existe uma bipartição do seu conjunto de vértices tal que cada aresta tem uma ponta em uma das partes da bipartição e a outra ponta na outra parte

Exemplo:



Florestas e bipartições

Teorema 1.
Toda floresta é um grafo bipartido.

Prova: Basta mostrar que toda árvore é.
Escolha um vértice v, e, para todo vértice w, faça:

$$\texttt{cor}[\texttt{w}] = \mathit{dist}(\texttt{v}, \texttt{w}) \bmod 2.$$

Se u e w são adjacentes, o caminho de v ao mais distante passa pelo mais mais próximo e usa a aresta. Assim,as distâncias a v diferem de 1, e eles têm cores diferentes.