MAC5711 - Análise de Algoritmos

Departamento de Ciência da Computação

Segundo semestre de 2017

Lista 1

1. Lembre-se que $\lg n$ denota o logaritmo na base 2 de n. Usando a definição de notação O, prove que

   (a) 3^n não é $\mathrm{O}(2^n)$

   (b) $\lg^5 n$ é $\mathrm{O}(n)$ mas n não é $\mathrm{O}(\lg^5 n)$

   (c) $\log_{10} n$ é $\mathrm{O}(\lg n)$

   (d) $n^2 + 10n + 20 \;=\; \mathrm{O}(n^2)$

   (e) $\lceil n/3 \rceil \;=\; \mathrm{O}(n)$

   (f) $\lg n \;=\; \mathrm{O}(\log_{10} n)$

   (g) $n \;=\; \mathrm{O}(2^n)$

   (h) $n/1000$ não é $\mathrm{O}(1)$

   (i) $n^2/2$ não é $\mathrm{O}(n)$

2. Prove ou dê um contra-exemplo para as afirmações abaixo:

   (a) $\lg \sqrt{n} \;=\; \mathrm{O}(\lg n)$

   (b) Se $f(n) = \mathrm{O}(g(n))$ e $g(n) = \mathrm{O}(h(n))$ então $f(n) = \mathrm{O}(h(n))$.

   (c) Se $f(n) = \mathrm{O}(g(n))$ e $g(n) = \Theta(h(n))$ então $f(n) = \Theta(h(n))$.

   (d) Suponha que $\lg(g(n)) > 0$ e que $f(n) \geq 1$ para todo n suficientemente grande. Neste caso, se $f(n) = \mathrm{O}(g(n))$ então $\lg(f(n)) = \mathrm{O}(\lg(g(n)))$.

   (e) Se $f(n) = \mathrm{O}(g(n))$ então $2^{f(n)} = \mathrm{O}(2^{g(n)})$.

3. Prove que

   (a) $\sum_{i=1}^{n} i^k$ é $\Theta(n^{k+1})$

   (b) $\sum_{i=1}^{n} \frac{i}{2^i} \leq 2$.