

MAC 5711 - Análise de Algoritmos

Departamento de Ciência da Computação

Segundo semestre de 2017

Lista 4

1. Escreva uma função que recebe um vetor com n letras A's e B's e, por meio de trocas, move todos os A's para o início do vetor. Sua função deve consumir tempo $O(n)$.
2. Escreva uma função que rearranje um vetor $v[p..r]$ de inteiros de modo que tenhamos $v[p..j-1] \leq 0$ e $v[j..r] > 0$ para algum j em $p..r+1$. Faz sentido exigir que j esteja em $p..r$? Procure fazer uma função rápida que não use vetor auxiliar. Repita o exercício depois de trocar $v[j..r] > 0$ por $v[j..r] \geq 0$. Faz sentido exigir que $v[j]$ seja 0?
3. Sejam $X[1..n]$ e $Y[1..n]$ dois vetores, cada um contendo n números ordenados. Escreva um algoritmo $O(\lg n)$ para encontrar uma das medianas de todos os $2n$ elementos nos vetores X e Y .
4. Para esta questão, vamos dizer que a *mediana* de um vetor $A[p..r]$ com número inteiros é o valor que ficaria na posição $A[\lfloor (p+r)/2 \rfloor]$ depois que o vetor $A[p..r]$ fosse ordenado.

Dado um algoritmo linear “caixa-preta” que devolve a mediana de um vetor, descreva um algoritmo simples, linear, que, dado um vetor $A[p..r]$ de inteiros distintos e um inteiro k , devolve o k -ésimo mínimo do vetor. (O k -ésimo mínimo de um vetor de inteiros distintos é o elemento que estaria na k -ésima posição do vetor se ele fosse ordenado.)

5. Considere o seguinte algoritmo, que não faz nada de útil:

```
ALGO ( $n$ )
1   se  $n \leq 1$ 
2       então devolva 1
3   para  $i \leftarrow 1$  até 8 faça
4        $z \leftarrow \text{ALGO}(\lfloor n/2 \rfloor)$ 
5       para  $i \leftarrow 1$  até  $n^3$  faça
6            $z \leftarrow 0$ 
```

- (1) Seja $T(n)$ o número de vezes que a atribuição “ $z \leftarrow 0$ ” é executada. Escreva uma recorrência que define $T(n)$.
 - (2) Mostre que $T(n)$ é $\Omega(n^3 \log n)$.
 - (3) Troque “8” por “7” no algoritmo e mostre diretamente que $T(n)$ é $O(n^3)$.
6. Suponha que $v[1..m]$ é um heap. Suponha que $i < j$ e $v[i] < v[j]$. Se os valores de $v[i]$ e $v[j]$ forem trocados, $v[1..m]$ continuará sendo um heap? Repita o exercício sob a hipótese $v[i] > v[j]$.
 7. Nem mencionei busca binária em aula, porque suponho que todos conhecem. Qual a diferença de consumo de tempo entre uma busca binária em um vetor com n elementos e uma busca binária em um vetor com n^2 elementos?

8. O timsort usa ordenação por inserção para listas curtas, só que em vez de comparar o pivô com cada elemento acima, ele procura sua posição usando busca binária.
- (a) Escreva um pseudocódigo para esse algoritmo, tomando cuidado para que seja estável. Não fuja de manipular índices precisamente; se preferir, escreva diretamente em bom código em C, java, ou python.
 - (b) Analise seu algoritmo no pior caso. Quantas comparações ele faz? Quantas atribuições (lembre-se de só contar comparações e atribuições envolvendo os dados, não os índices).