

MAC 5711 - Análise de Algoritmos

Departamento de Ciência da Computação

Segundo semestre de 2017

Lista 5

Sempre que apresentar um algoritmo, justifique sua corretude e estime a complexidade.

1. (KT 3.4) Um grupo de lepidopterologistas conjectura que as borboletas numa certa região são todas de duas espécies, A e B. Só que é difícil, olhando para uma, identificar a espécie. O que eles fazem, com n borboletas, é considerar alguns (m) pares e marcar **mesma, diferente e duvidosa**. O problema é descobrir se os pares marcados são consistentes com a hipótese de existirem duas espécies. Dê um algoritmo $O(n + m)$ para isso; descreva no mais alto nível que puder, em termos de outros algoritmos conhecidos.
2. (KT 3.8) (Também CLRS 22.2-7) Para um dado grafo, seu *diâmetro* é a maior distância entre pares de vértices. Ou seja, $\text{diam}(G) = \max\{\delta(u, v) \mid u, v \in G.V\}$. Por outro lado, a *distância média* $\bar{\delta}(G)$ é, como diz o nome, a média das distâncias entre todos os pares de vértices distintos de G . Assim,

$$\bar{\delta}(G) = \frac{\sum_{\{u,v\} \subseteq G.V} \delta(u, v)}{\binom{n}{2}}.$$

- (a) Descreva algoritmos para calcular esses dois parâmetros.
- (b) Alguém apresentou a conjectura de que existe uma constante K tal que, para todo grafo G vale

$$\frac{\text{diam}(G)}{\bar{\delta}(G)} \leq K.$$

Decida se essa conjectura é verdadeira ou falsa, e prove sua afirmativa.

3. (KT 3.10) Dê um algoritmo eficiente que computa, dados vértices u, v em um grafo dirigido, o **número** de caminhos mínimos de u a v . Note que esse número pode ser exponencial, assim listar os caminhos está fora de questão. Por outro lado, você pode supor que a sua linguagem de programação trabalha com números inteiros com número ilimitado de dígitos.
4. (CLRS 22.2-6) Dê um exemplo de um grafo dirigido, e subgrafo que é uma árvore enraizada com a propriedade de para todo vértice, o caminho simples na árvore da raiz até ele é um caminho mínimo no grafo, mas, essa árvore não é devolvida por uma BFS, não importa qual seja o iterador pela estrela de cada vértice. Em particular, se usar listas de adjacência, não existe ordenação nessas listas que faça essa árvore ser de BFS.
5. A *cintura* de um grafo (não orientado) é o tamanho do menor ciclo que ele contém. Dê um algoritmo eficiente para determinar a cintura.