

MAC 5711 - Análise de Algoritmos

Departamento de Ciência da Computação

Segundo semestre de 2018

Lista 4

1. Escreva uma função que recebe um vetor com n letras A's e B's e, por meio de trocas, move todos os A's para o início do vetor. Sua função deve consumir tempo $O(n)$.
2. Escreva uma função que rearranje um vetor $v[p..r]$ de inteiros de modo que tenhamos $v[p..j-1] \leq 0$ e $v[j..r] > 0$ para algum j em $p..r+1$. Faz sentido exigir que j esteja em $p..r$? Procure fazer uma função rápida que não use vetor auxiliar. Repita o exercício depois de trocar $v[j..r] > 0$ por $v[j..r] \geq 0$. Faz sentido exigir que $v[j]$ seja 0?
3. Para esta questão, vamos dizer que a *mediana* de um vetor $A[p..r]$ com número inteiros é o valor que ficaria na posição $A[\lfloor (p+r)/2 \rfloor]$ depois que o vetor $A[p..r]$ fosse ordenado.

Sejam $X[1..n]$ e $Y[1..n]$ dois vetores, cada um contendo n números ordenados. Escreva um algoritmo $O(\lg n)$ para encontrar uma das medianas de todos os $2n$ elementos nos vetores X e Y , ou seja, o que seria a mediana da concatenação de X com Y .

4. Considere o seguinte algoritmo, que não faz nada de útil:

```
ALGO ( $n$ )
1   se  $n \leq 1$ 
2     então devolva 1
3   para  $i \leftarrow 1$  até 8 faça
4      $z \leftarrow$  ALGO( $\lfloor n/2 \rfloor$ )
5     para  $i \leftarrow 1$  até  $n^3$  faça
6        $z \leftarrow 0$ 
```

- (1) Seja $T(n)$ o número de vezes que a atribuição “ $z \leftarrow 0$ ” é executada. Escreva uma recorrência que define $T(n)$.
 - (2) Mostre que $T(n)$ é $\Omega(n^3 \log n)$.
 - (3) Troque “8” por “7” no algoritmo e mostre diretamente que $T(n)$ é $O(n^3)$.
5. Suponha que $v[1..m]$ é um heap. Suponha que $i < j$ e $v[i] < v[j]$. Se os valores de $v[i]$ e $v[j]$ forem trocados, $v[1..m]$ continuará sendo um heap? Repita o exercício sob a hipótese $v[i] > v[j]$.
 6. Nem mencionei busca binária em aula, porque suponho que todos conhecem. Qual a diferença de consumo de tempo entre uma busca binária em um vetor com n elementos e uma busca binária em um vetor com n^2 elementos?
 7. Descreva um algoritmo que, dado um vetor com n inteiros positivos, e a informação de que todos são menores que n^3 , ordena esse vetor em tempo linear em n .