

Lista 0 de MAT 3110

BMAC - 1o. sem. 2013 - Turma 54 (N)

Profa. Maria Izabel Ramalho Martins

1. Sejam x, y, a, b números reais. Mostre que

a. $x^3 - y^3 = (x - y) (x^2 + x y + y^2)$ ou ‘‘economicamente’’ $x^3 - y^3 = (x - y) \left(\sum_{j=1}^3 x^{3-j} y^{j-1} \right)$.

b. $a - b = \left(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b} \right) \left(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{a} \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{b^2} \right)$.

c. $a^5 - b^5 = (a - b) (a^4 + a^3 b + a^2 b^2 + a b^3 + b^4)$ ou ‘‘economicamente’’ $a^5 - b^5 = (a - b) \left(\sum_{j=1}^5 a^{5-j} b^{j-1} \right)$.

d. $\left(\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x} \right) \left(\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{x+1} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2} \right) = 1$.

e. $a^5 + b^5 = (a + b) (a^4 - a^3 b + a^2 b^2 - a b^3 + b^4) = (a + b) \left(\sum_{j=1}^5 (-1)^{j-1} a^{5-j} b^{j-1} \right)$

f. Qual a “generalização do item a”? Isto é, se $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, e a, b são números reais, qual a expressão fatorada de $a^n - b^n$?

g. Qual a generalização do item e? Ou seja, se $n \in \mathbb{N}$, com n ímpar, $n \geq 3$, qual a expressão fatorada de $a^n + b^n$?

2. Usando o ex. 1, determine a expressão a ser colocada em $(\dots)$ para que a igualdade seja verdadeira.

a. $x - 27 = (\sqrt[3]{x} - 3) (\dots)$

b. $x^2 + x = (\sqrt{2x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1}) (\dots)$

c. $x^4 = (\sqrt[4]{x^4 + 1} - 1) (\dots)$

d. $x + 2 = (\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{2}) (\dots)$

3. Simplificar as expressões.

a. $\frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{3}}{x - 3} (x \neq 3)$

b. $\frac{\sqrt{x^4 + x^2}}{x} (x \neq 0)$

c. $\frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2} (x \neq 2)$

d. $\frac{2x^3 + 9x^2 + 12x + 4}{-x^3 - 2x^2 + 4x + 8} (x \neq -2, x \neq 2)$

e. $\frac{\sqrt{x^2 + 16} - 5}{x^2 + 3x} (x \neq -3, x \neq 0)$

$$\text{f. } \frac{\sqrt{x^3 + x^2 - 5x + 3}}{x^2 - 1} \quad (x \geq -3, x \neq -1, x \neq 1) \quad \text{g. } \frac{x^4}{\sqrt[5]{x^4 + 1} - 1} \quad (x \neq 0) \quad \text{h. } \frac{t + 1}{\sqrt[3]{t} + 1} \quad (t \neq -1)$$

4. Para cada uma das funções abaixo, determine o domínio e esboce seu gráfico.

$$\begin{array}{llll} \text{a. } f(x) = \sqrt{x+1} & \text{b. } f(x) = \frac{1+x}{x} & \text{c. } f(x) = \sqrt{x^2} & \text{d. } f(x) = \sqrt{-x} \\ \text{e. } f(x) = \sqrt[3]{x} & \text{f. } f(x) = x - |x| & \text{g. } f(x) = |-x^2 + 1| & \text{h. } f(x) = |\sin x| \\ \text{i. } f(x) = |x-2| - 2 & \text{j. } f(x) = \frac{|x|}{x} & \text{k. } f(x) = \frac{x^3 - 2x - 4}{x-2} & \text{l. } g(x) = \frac{|x-1|}{x-1} \\ \text{m. } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1}, & \text{se } x \neq 1 \\ 5, & \text{se } x = 1 \end{cases} & \text{n. } f(x) = \frac{1}{x-3} - 1 & \text{o. } f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{se } x < 1 \\ x + 1, & \text{se } x \geq 1 \end{cases} \\ \text{p. } f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 2 \\ 3 & \text{se } x < 2 \end{cases} & \text{q. } y = \frac{1}{x^2} & \text{r. } y = -\frac{1}{x^2} + 1 & \text{s. } y = \frac{1}{(x-1)^2} \end{array}$$

5. Tente esboçar o gráficos das funções:

$$\text{a. } y = x^3 - x \quad \text{b. } y = x^3 - x^2 \quad \text{c. } f(x) = \begin{cases} -1, & \text{se } x \text{ é racional} \\ 1, & \text{se } x \text{ é irracional} \end{cases} \quad \text{d. } f(x) = \sin \frac{1}{x}$$