

2. 0.^a. Lista de Exercícios de MAT 3110

BMAC - IME -USP - 1o. sem. 2013 - Turma 54

Profa. Maria Izabel Ramalho Martins

0. Lembrando exp e log

1. Calcule, caso exista.

1. $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2}$

2. $\log \frac{1}{10}$

3. $\log_5 (-5)$

4. $\ln \frac{1}{e^2}$

2. Determine o domínio e esboce o gráfico das funções dadas. Justifique.

1. $f(x) = \ln(x+1)$

2. $f(x) = \ln(-x)$

3. $f(x) = \log|x|$

4. $f(x) = 2 \ln x$

5. $f(x) = \ln x^2$

6. $y = e^{-x}$

7. $y = e^{-x} + 1$

8. $y = e^{-x+1}$

3. Calcule os limites indicados, justificando seu cálculo.

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\log_2 \left(\frac{x}{x+1} \right) \right)$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(2x+1) - \ln(x+3))$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{3}{x} \right)^x$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{2x}$

e. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^x$

f. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}}$

g. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^{x+1}$

h. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^x$

I. Sobre derivadas

1. Mostre pela definição que as funções:

a. $f(x) = \frac{1}{x^n}$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$) é derivável e que $f'(x) = -n x^{-n-1}$.

b. $f(x) = \sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$) não é derivável em $x = 0$. Além disso, que f é derivável para todo $x > 0$, se n é par; que f é derivável para todo $x \neq 0$, se n é ímpar, e que em ambos os casos $f'(x) = \frac{1}{n} x^{1/n-1}$.

2. Verifique se f é contínua e derivável no ponto p dado, sendo:

a. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x}{\sqrt{x-1}}, & \text{se } x > 1 \\ 1, & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$

$p = 1$

b. $f(x) = \begin{cases} x^2 + \sin x, & \text{se } x > 0 \\ x^5 + 4x^3, & \text{se } x < 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \end{cases}$

$p = 0$

c. $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & \text{se } x \neq 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \end{cases}$

$p = 0$

d. $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x \geq 0 \\ -x^2, & \text{se } x < 0 \end{cases}$

$p = 0$.

e. $f(x) = |\sin(x^5)|$, $p = 0$

3. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivável em $a \in]0, +\infty[$. Calcule o $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$, em termos de $f'(a)$.