

I. Ainda a lista 3a.0

1. Prove as seguintes desigualdades:

a. $2\sqrt{x} > 3 - \frac{1}{x}$, para todo $x > 1$.

b. $\sqrt{1+x} < 1 + \frac{1}{2}x$, para $x > 0$.

c. $\frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} a} > \frac{b}{a}$, para $0 < a < b < \frac{\pi}{2}$.

d. (novo!) $x < (1+x)\ln(1+x)$, para todo $x > 0$.

2. (novo) Mostre que a função $g(x) = (1+x)^{1/x}$ é injetora, se $x > 0$.

II. Máximos e Mínimos - problemas

1. Estude a função dada em relação a máximos e mínimos locais e globais.

a. $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

b. $f(t) = t e^{-t}$

c. $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 3$

2. Determine os valores máximos e mínimos da função dada, no intervalo dado.

a. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$, $x \in [-2, 1]$

b. $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 4$, $x \in [-1, 3]$

c. $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$, $x \in [\frac{1}{2}, 4]$

d. $f(x) = |x^4 - 2x^3|$, $x \in [0, 3]$

3. É possível construir um retângulo de área máxima que tenha os lados paralelos aos eixos coordenados e que esteja inscrito na elipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$? Por que? Se sim, quais as medidas do retângulo?

4. Determine os pontos sobre a hipérbole $x^2 - y^2 = 1$ que estão mais próximos do ponto $(0, 1)$.

5. Uma empresa aérea determinou que o conteúdo de bagagem de mão de cada passageiro deve caber numa caixa de base quadrada, cuja soma da altura com o perímetro da base não ultrapasse 180 cm. Qual é o maior volume que um passageiro pode levar como bagagem de mão?

6. Considere um cone circular reto de altura 16 cm e raio 5 cm. Dentre os cilindros circulares retos que podem ser inscritos nesse cone (ver figura abaixo), determine a altura h do cilindro que tem volume máximo. Justifique e determine o domínio da função.

