

Inspeção de Qualidade

Nem sempre a inspeção 100% é possível ou necessária.

1. Inspeção para aceitação

Na inspeção por amostragem, itens são selecionados aleatoriamente do lote para compor a amostra. Dependendo do número de defeituosos na amostra, o lote pode ser **aceito** ou **rejeitado**.

O seguinte teste de hipóteses está associado à inspeção para aceitação:

$$H_0 : p = p_0$$

$$H_1 : p > p_0$$

sendo p a proporção de defeituosos produzidos pelo processo.

α : risco do produtor; β : risco do consumidor.

A probabilidade de um item defeituoso pertencer à amostra depende do no. de defeituosos no lote de onde a amostra foi retirada. Seja m o tamanho do lote, D o no. de defeituosos no lote, n o tamanho da amostra e d o no. de defeituosos na amostra. Temos:

$$\Pr[d = d_0 | D] = \frac{\binom{D}{d_0} \binom{m-D}{n-d_0}}{\binom{m}{n}}$$



LOTE



AMOSTRA

Dado D , a distribuição de d é hipergeométrica. Já, a distribuição de D é binomial . Se a % de itens defeituosos produzidos pelo processo é p , então, por exemplo, para $m = 200$, $D = 10$ e $n = 20$, temos:

$$Pr(D = 10) = \binom{200}{10} p^{10} (1-p)^{200-10}$$

$$Pr[d = 2 | D = 10] = \frac{\binom{10}{2} \binom{200-10}{20-2}}{\binom{200}{20}}$$

Se $p = 0,10$, temos:

Tabela 1 Probabilidades $Pr[d = 2 | D = D_0]$ e $Pr[D = D_0]$

D_0	$Pr[D = D_0]$	$Pr[d = 2 D = D_0]$	D_0	$Pr[D = D_0]$	$Pr[d = 2 D = D_0]$
10	0,0045	0,1975	21	0,0892	0,2989
11	0,0087	0,2186	22	0,0806	0,2957
12	0,0153	0,2373	23	0,0693	0,2911
13	0,0245	0,2536	24	0,0568	0,2853
14	0,0364	0,2674	25	0,0444	0,2784
15	0,0501	0,2787	26	0,0332	0,2706
16	0,0644	0,2875	27	0,0238	0,2620
17	0,0775	0,2939	28	0,0163	0,2528
18	0,0875	0,2982	29	0,0108	0,2431
19	0,0931	0,3003	30	0,0068	0,2330
20	0,0936	0,3005			

$$Pr[d = 2] = \sum_{D_0=10}^{30} Pr[d = 2 | D = D_0] Pr[D = D_0] = 0,283$$

Se a relação entre o tamanho da amostra n e o tamanho do lote m for menor ou igual a 10%

$$Pr[d = 2] = \binom{n}{d} p^d (1-p)^{n-d} = \binom{20}{2} 0,10^2 0,90^{18} = 0,285$$

Ou seja, a distribuição de d é binomial com parâmetros n e p (p constante).

Seja $m = 200$ e consideremos o seguinte critério de aceitação/rejeição para $n = 5$: se todas forem classificadas como não defeituosas, o lote é aceito; caso contrário, é rejeitado. Seja também o teste de hipóteses:

$$H_0 : p = 0,01$$

$$H_1 : p > 0,01$$

Calcule os riscos α e β ($p = 0,04$).

2. Planos de amostragem simples e curvas características de operação

Um plano de amostragem simples por atributos é definido por dois parâmetros:

n – tamanho da amostra

Ac – número de aceitação

De cada lote são retiradas n unidades, que são examinadas uma a uma. Se o no. de unidades defeituosas entre as n for menor ou igual a Ac , o lote é aceito; caso contrário, é rejeitado.

A cada plano de amostragem está associada uma única curva característica de operação (CCO), curva que relaciona a probabilidade de aceitação do lote P_{ac} , com a proporção p de defeituosos no lote.

A Tabela 2 contém os valores de p e P_{ac} utilizados na construção da CCO do plano de amostragem ($n = 200$; $Ac = 5$), exibida da Figura 1. A probabilidade de aceitação do lote P_{ac} foi obtida da distribuição de Poisson, para $d = Ac = 5$ e $\lambda = 200p$.

Tabela 2: Valores de p e P_{ac} do Plano de Amostragem ($n=200$; $Ac=5$)

$p(\%)$	$\lambda = np$	$P_{ac} (\%)$
0,5	1,0	99,9
1,0	2,0	98
1,4	2,8	93
1,8	3,6	84
2,0	4,0	79
2,6	5,2	58
3,0	6,0	44
4,0	8,0	19
5,0	10,0	7
6,0	12,0	2

Tabela 2: Valores de p e P_{ac} do Plano de Amostragem ($n=200$; $Ac=5$)

$p(\%)$	$\lambda = np$	$P_{ac}(\%)$
2,0	4,0	79

Distribuição de Poisson

$d \downarrow$	$\lambda \rightarrow$	3,40	3,60	3,80	4,00
0		0,0334	0,0273	0,0224	0,0183
1		0,1468	0,1257	0,1074	0,0916
2		0,3397	0,3027	0,2689	0,2381
3		0,5584	0,5152	0,4735	0,4335
4		0,7442	0,7064	0,6678	0,6288
5		0,8705	0,8441	0,8156	0,7851
6		0,9421	0,9267	0,9091	0,8893

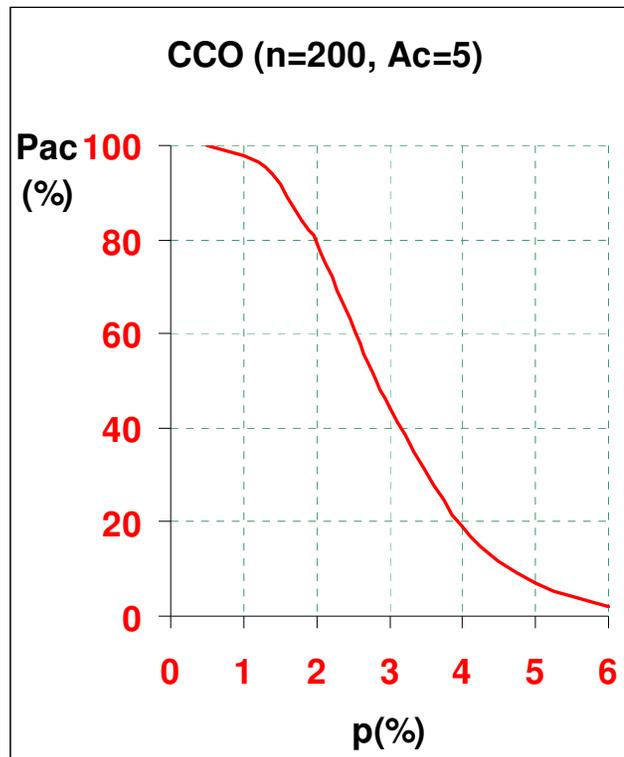


Figura 1.: Curva Característica de Operação (n=200, Ac=5)

A Figura 2 apresenta a CCO ideal para $p = 0,01$: aquela onde todos os lotes com p menor ou igual a $0,01$ seriam aceitos, e todos os lotes com $p > 0,01$ seriam rejeitados.

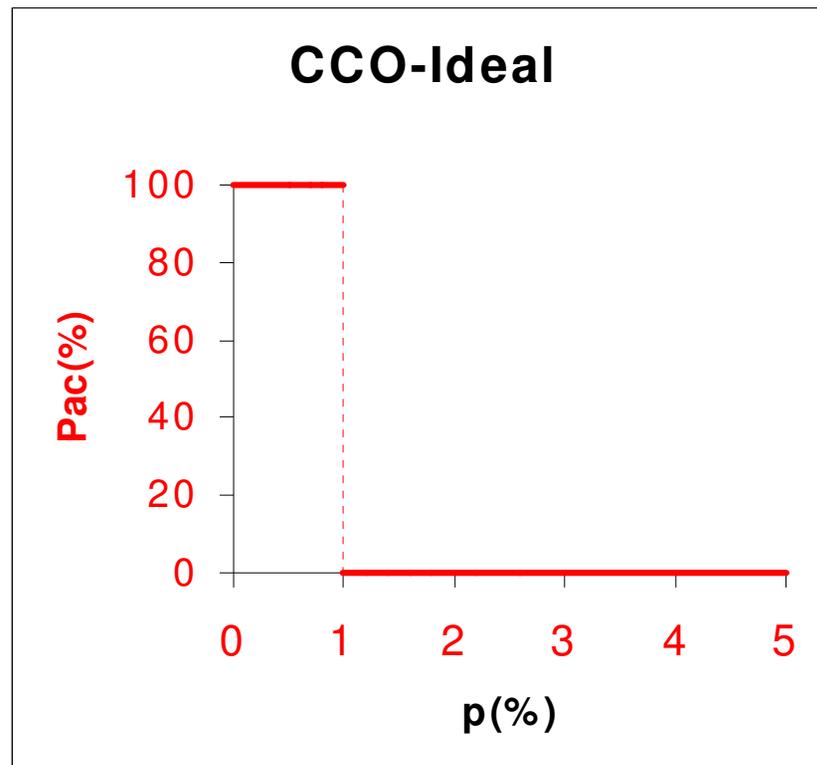


Figura 2.: CCO ideal para $p_0 = 0,01$

A Figura 3 apresenta o efeito do tamanho da amostra e do número Ac em p_{ac} . Um aumento em n de 200 para 300 ou uma redução em Ac de 4 para 3 implica em um aumento de α e uma diminuição de β .

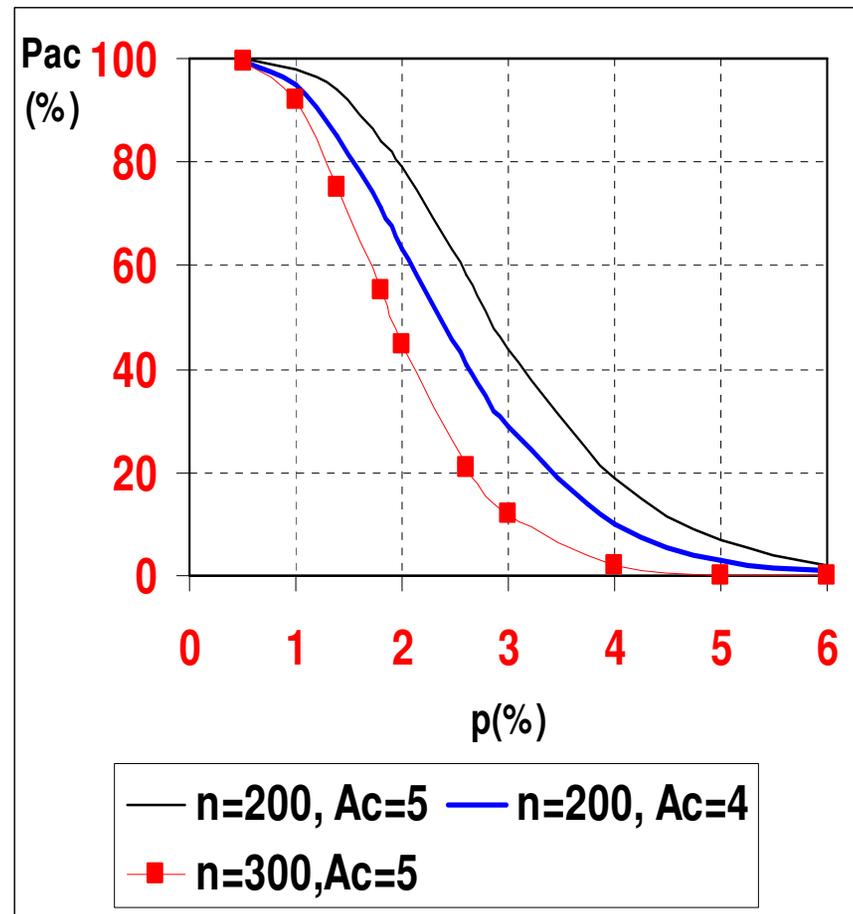


Figura 3.: Efeito de n e de Ac na Probabilidade de Aceitação dos Lotes

A única maneira de reduzirmos ao mesmo tempo ambos os riscos é com mais informação: aumentando n e aumentando, também, Ac , para não aumentar α . Esses aumentos não são, necessariamente, proporcionais.

Veremos agora como determinar n e Ac de modo a obter valores pré-estabelecidos de α e β .

3. Determinação do plano de amostragem

Os valores n e Ac podem ser obtidos com base nos pares (p_0, α_0) e (p_1, β_1) , onde:

- p_0 é a proporção máxima de defeituosos que o consumidor considera satisfatória como média de um processo; p_0 é conhecido como NQA – Nível de Qualidade Aceitável;
- p_1 é uma proporção de defeituosos que o consumidor considera insatisfatória como média de um processo; p_1 é conhecido como NQI – Nível de Qualidade Inaceitável;

- α é o risco que o fabricante está disposto a aceitar de que um lote de boa qualidade, com proporção de defeituosos igual a p_0 seja rejeitado;
- β é o risco que o comprador está disposto a aceitar de que um lote de má qualidade, com uma proporção de defeituosos igual a p_1 seja aceito.

Exemplo: Sejam α_0 , β_1 , NQA, NQI iguais a 0,02, 0,10, 1% e 5%, respectivamente. Usando a distribuição de Poisson, a Tabela 4 apresenta os resultados parciais obtidos com este procedimento, começando a busca com $d = Ac = 4$. O plano de amostragem encontrado tem $n = 200$ e $Ac = 5$.

Exemplo: sejam α_0 , β_1 , NQA, e NQI iguais a 0,02, 0,10, 1%, e 5%

$$(\lambda_0 = nNQA)$$

Tabela 4.: Determinação do Plano de Amostragem

d	$P_{ac}^0 (= \alpha)$	λ_0	n
4	0,9814	1,50	150

Distribuição de Poisson

d↓	$\lambda \rightarrow$	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
3		0,9743	0,9662	0,9569	0,9463	0,9344	0,9212
4		0,9946	0,9923	0,9893	0,9857	0,9814	0,9763

$$\alpha = 0,0186$$

Exemplo: sejam α_0 , β_1 , NQA, e NQI iguais a 0,02, 0,10, 1%, e 5%

$$(\lambda_1 = nNQI)$$

Tabela 4.: Determinação do Plano de Amostragem

d	n	$\lambda_1 = np_1$	$P_{ac}^1 (= \beta)$
4	150	7,5	0,13

Distribuição de Poisson

d↓	$\lambda \rightarrow$	6,60	7,40	7,60
0		0,0014	0,0006	0,0005
3		0,1052	0,0632	0,0554
4		0,2127	0,1395	0,1249
5		0,3547	0,2526	0,2307

Exemplo: sejam α_0 , β_1 , NQA, e NQI iguais a 0,02, 0,10, 1%, e 5% respectivamente

Tabela 4.: Determinação do Plano de Amostragem

d	$P_{ac}^0 (= \alpha)$	λ_0	n	$\lambda_1 = np_1$	$P_{ac}^1 (= \beta)$
3	0,9810	1,00	100	5	0,27
4	0,9814	1,50	150	7,5	0,13
5	0,9834	2,00	200	10	0,07 (<0,10 \Rightarrow solução)

4. Inspeção retificadora

Difere da anterior no seguinte aspecto: os lotes rejeitados são submetidos à inspeção 100%, e todos os itens defeituosos são substituídos por itens bons.

Oferece proteção contra fornecedores inescrupulosos.

A Figura 4 apresenta o fluxograma da inspeção retificadora, sendo d o número de defeituosos na amostra.

Com a inspeção retificadora, o consumidor adquirirá menos itens defeituosos, já que os lotes rejeitados são submetidos à inspeção 100% e, nesses lotes a porcentagem de defeituosos passa a ser 0%.

A proporção média de defeituosos q que o comprador adquire com a inspeção retificadora é menor do que p (ver Figura 5).

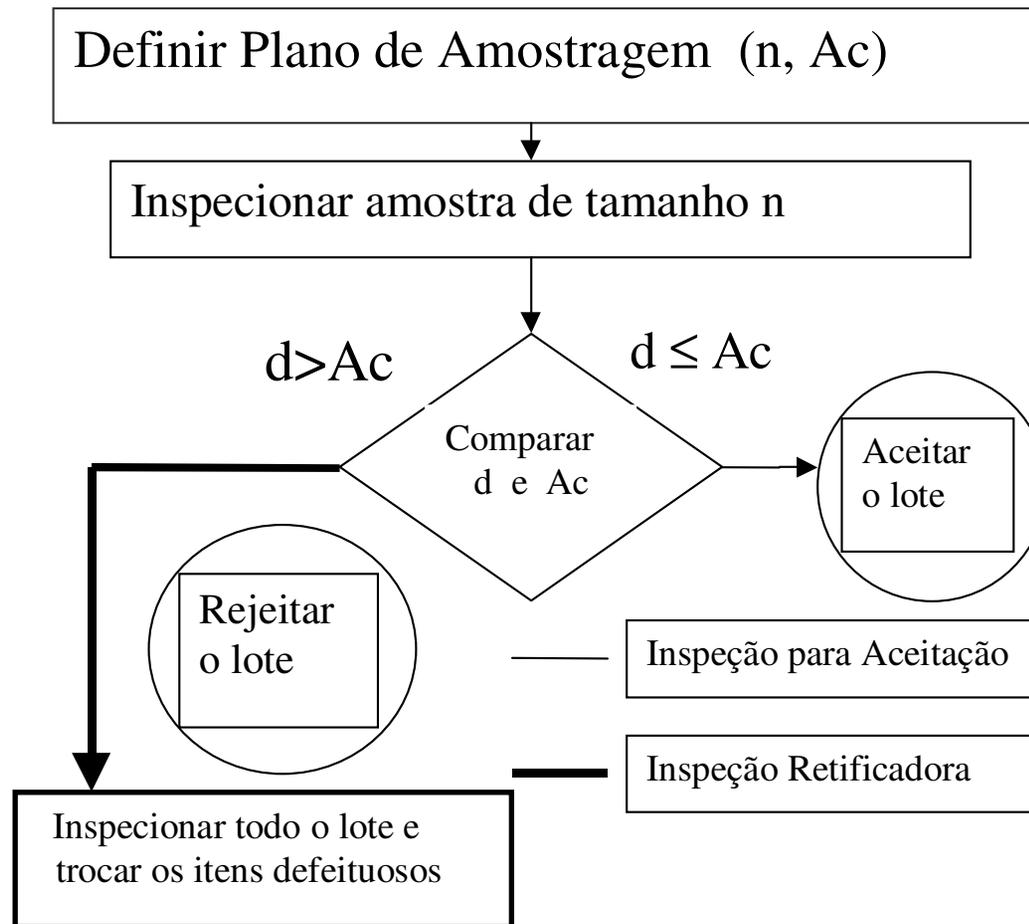


Figura 4.: Inspeção para Aceitação e Inspeção Retificadora

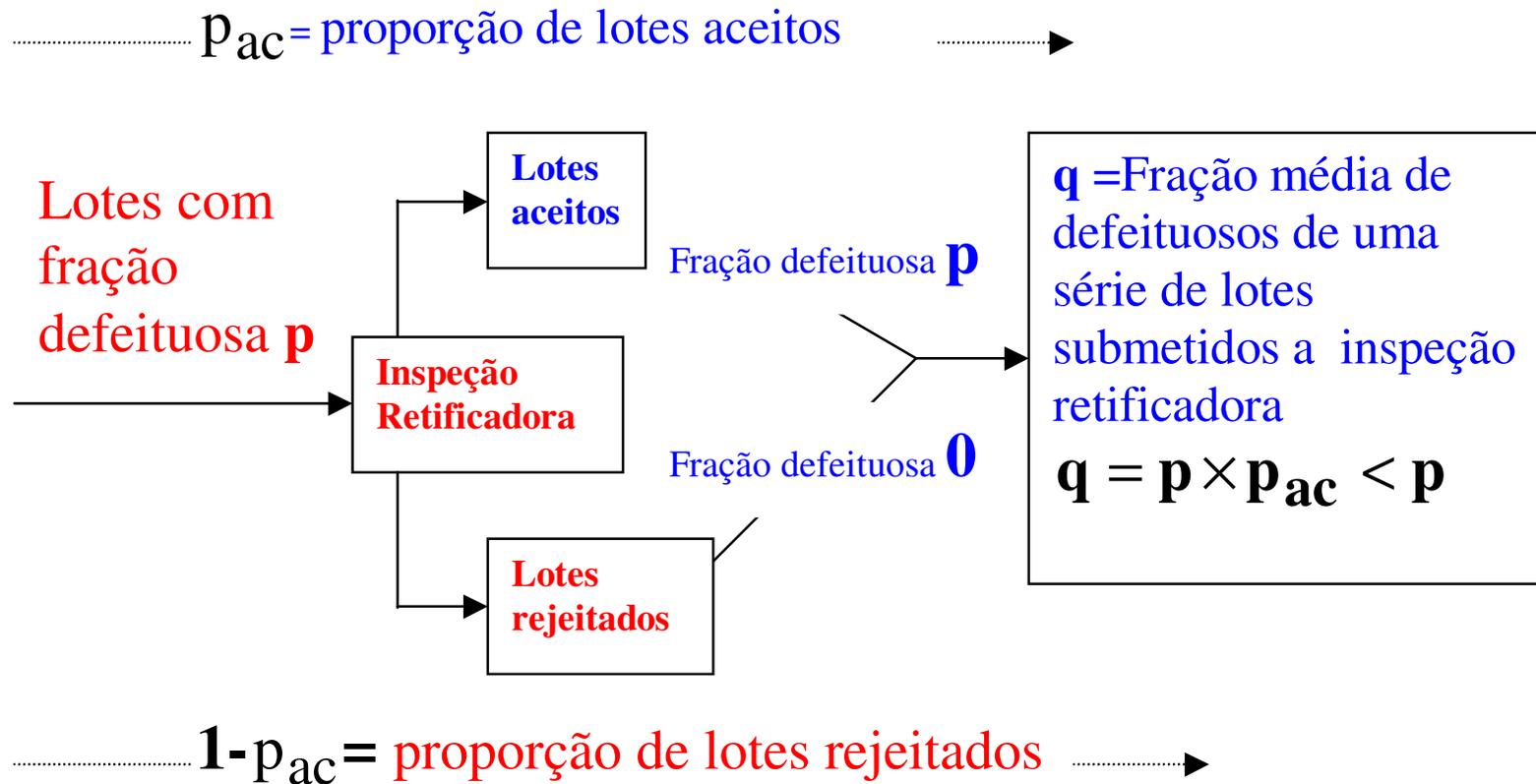


Figura5.: Inspeção Retificadora

A proporção média de defeituosos q que o comprador adquire com a inspeção retificadora é denominada Qualidade Média resultante (QMR). De acordo com a Figura 5,

$$QMR = p \times P_{ac} + 0 \times (1 - P_{ac}) = p \times P_{ac}$$

A Figura 6 apresenta a curva da QMR em função de p , para o plano de amostragem ($n = 200$, $Ac = 5$).

QMR aumenta com p até atingir um valor máximo e depois cai rapidamente. Isto ocorre porque se p é pequeno, P_{ac} é próxima de 1 e QMR é praticamente igual a p . Quando p cresce, P_{ac} decresce e mais lotes são submetidos à inspeção total. Daí, a proporção de defeituosos adquiridos pelo consumidor decresce, ou seja, QMR diminui. Se p é muito grande, $QMR = 0$.

Observar que $QMR = 0$ implica em alto custo de inspeção. O valor máximo de QMR é denominado Limite da Qualidade Média Resultante (LQMR).

LQMR é a máxima proporção média de defeituosos adquiridos pelo consumidor. A Tabela 5 apresenta os valores de p e da QMR usados para construir a curva da Figura 6.

Tabela 5.: Valores de p, P_{ac} e QMR para o Plano (n=200; Ac=5)

p(%)	$\lambda = np$	P_{ac} (%)	QMR= p* P_{ac} (%)
0,0	0	100	0
0,5	1,0	99,9	0,50
1,0	2,0	98	0,98
1,4	2,8	94	1,32
1,8	3,6	84	1,51
2,0	4,0	79	1,58
2,4	4,8	65	1,56
2,6	5,2	58	1,51
3,0	6,0	44	1,32
4,0	8,0	19	0,76
5,0	10,0	7	0,35
6,0	12,0	2	0,12

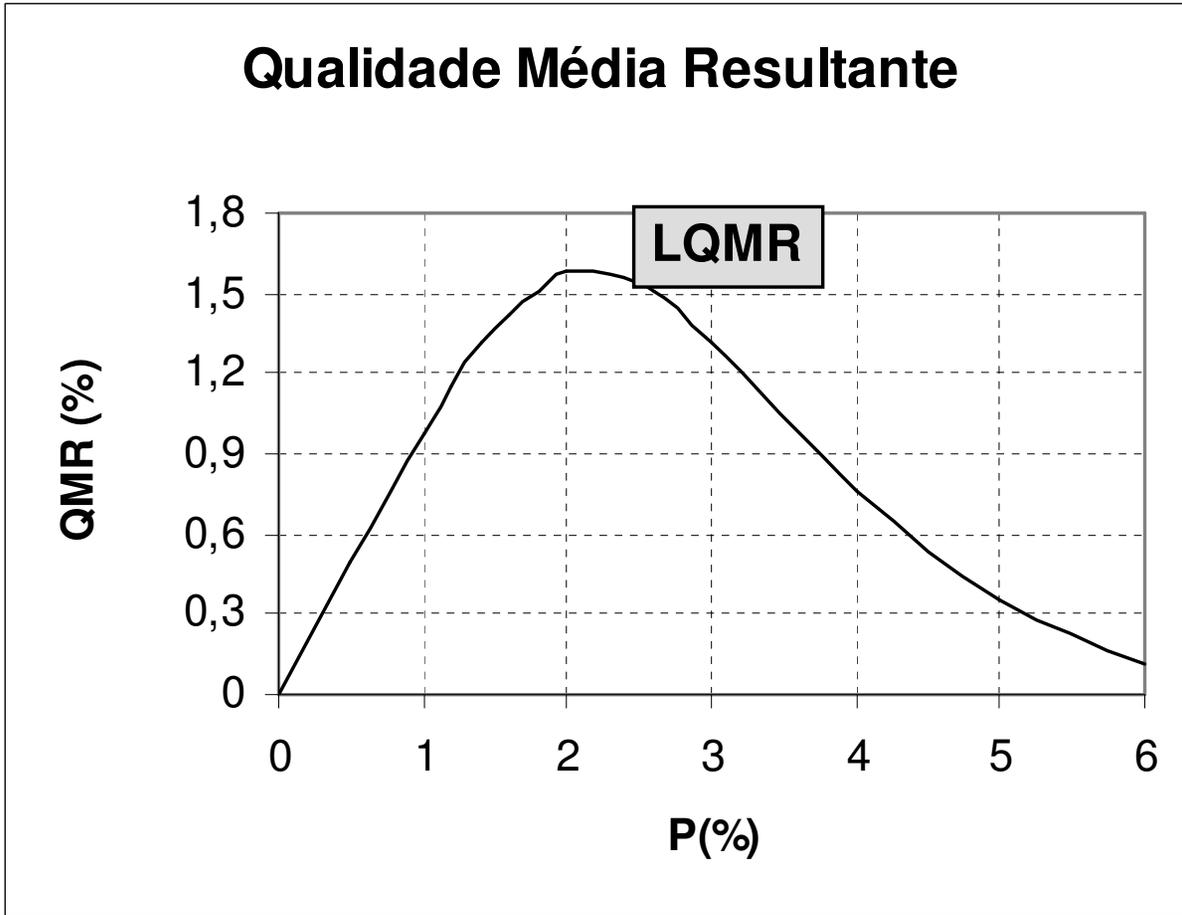


Figura 6.: Curva da Qualidade Média Resultante

5. Planos de amostragem dupla

A amostragem dupla visa reduzir o número de itens inspecionados do lote. Consiste em 5 parâmetros:

- dois tamanhos de amostra, n_1 e n_2 ;
- dois números de aceitação A_{c1} e A_{c2} ;
- um número de rejeição R_{e1} .

Uma amostra de tamanho n_1 é retirada ao acaso do lote; se o número de defeituosos d_1 nessa amostra for menor do que A_{c1} , o lote é aceito; se $d_1 \geq R_{e1}$, o lote é rejeitado; caso contrário, se $A_{c1} < d_1 < R_{e1}$, uma segunda amostra de n_2 elementos é retirada ao acaso do lote. Se o total de defeituosos nas duas amostras, $d_1 + d_2 \leq A_{c2}$, o lote é aceito; caso contrário, ele é rejeitado. A Figura 7 apresenta o fluxograma da inspeção para aceitação com amostragem dupla.

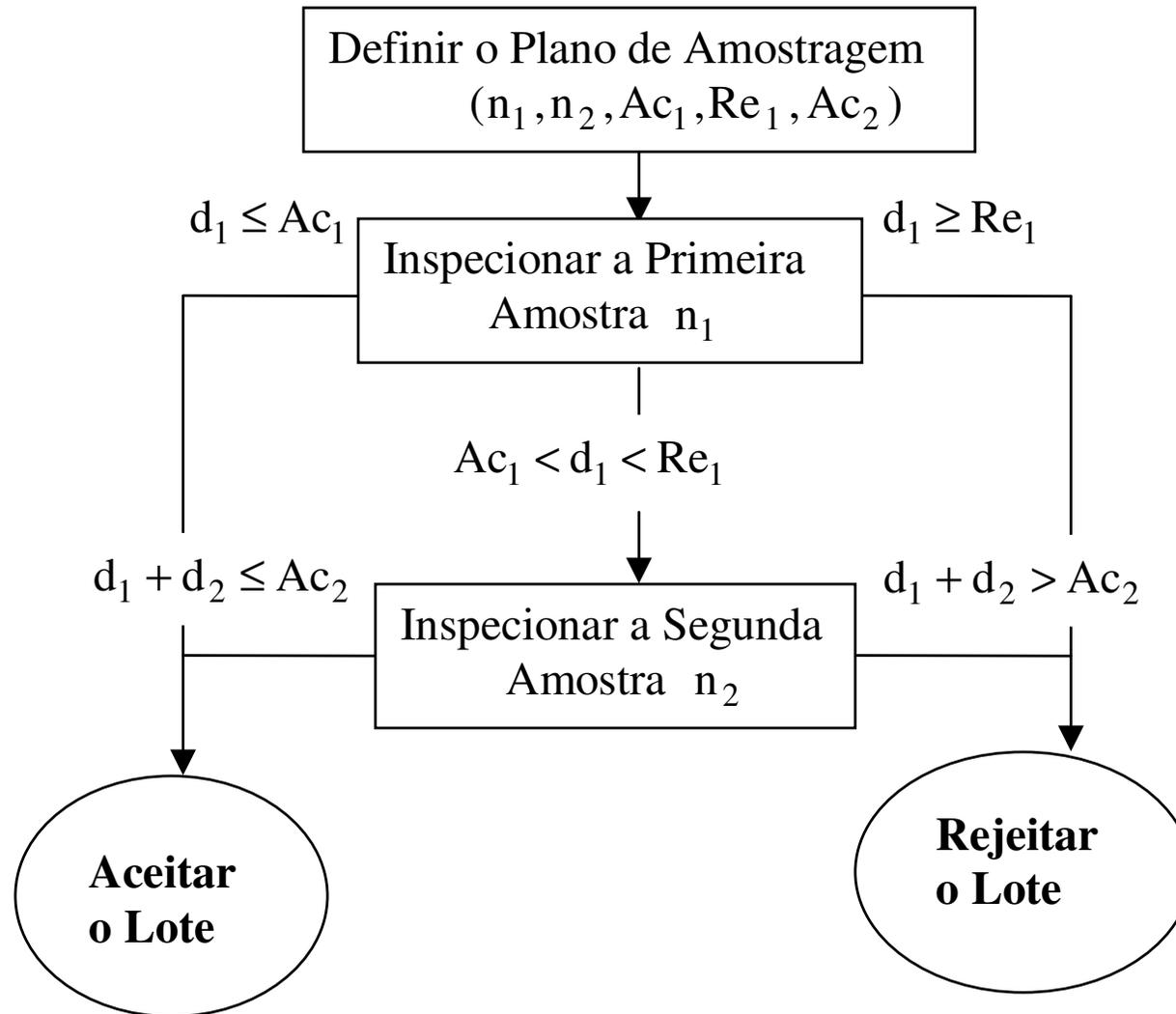


Figura 7.: Inspeção para Aceitação com Amostragem Dupla

Exemplo: Seja o plano de amostragem dupla $n_1 = n_2 = 125$, $A_{c1} = 2$, $R_{e1} = 5$ e $A_{c2} = 6$.

- A probabilidade do lote ser aceito na primeira amostra é

$$P^1_{ac} = P(d_1 \leq 2 | n_1 = 125);$$

- A probabilidade do lote ser aceito na segunda amostra é

$$P^2_{ac} = P(d_2 \leq 3 | n_2 = 125, d_1 = 3) \times P(d_1 = 3) + P(d_2 \leq 2 | n_2 = 125, d_1 = 4) \times P(d_1 = 4).$$

A Tabela 6 apresenta as probabilidades parciais P^1_{ac} e P^2_{ac} , e a probabilidade total, P_{ac} , do lote ser aceito, para diferentes valores de p , proporção de defeituosos no processo. As probabilidades de aceitação do lote com esse plano de amostragem dupla são praticamente iguais às do plano de amostragem simples ($n = 200$; $A_c = 5$). Compare as Tabelas 2 e 6. As probabilidades P^1_{ac} e P^2_{ac} foram obtidas pela distribuição de Poisson.

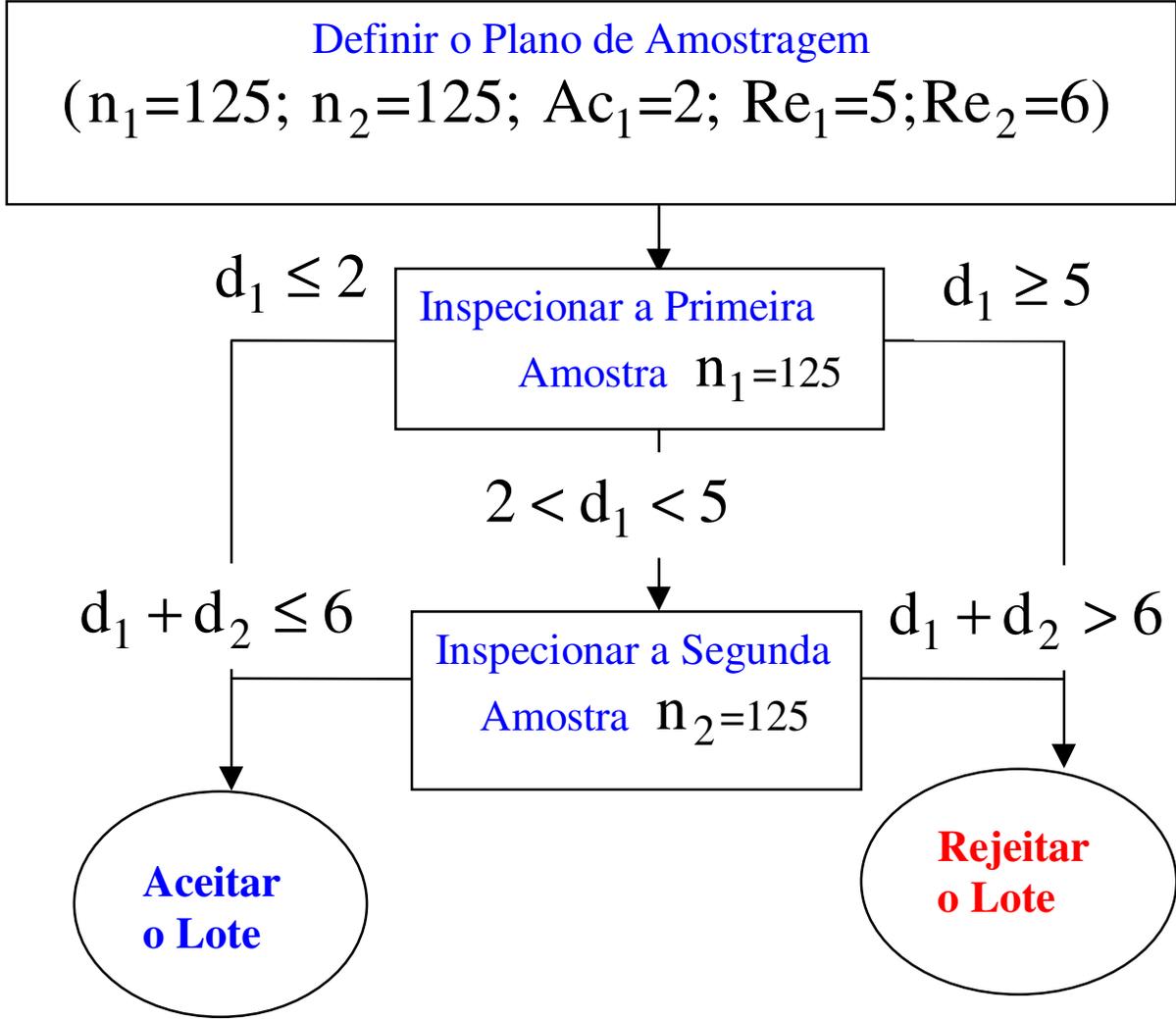


Tabela 6: Valores de p e P_{ac} (amostragem dupla)

$p(\%)$	$\lambda = n_1 p$	P_{ac}^1	$\Pr[d_1 = 3]$	$\Pr[d_1 = 4]$	$\Pr[d_2 \leq 3]$	$\Pr[d_2 \leq 2]$	P_{ac}^2	P_{ac}
0,5	0,625	0,97	0,02	0,00	1,00	0,97	0,02	1,00
1,0	1,25	0,87	0,09	0,03	0,96	0,87	0,11	0,98
1,4	1,75	0,74	0,16	0,07	0,90	0,74	0,19	0,94
1,8	2,25	0,61	0,20	0,11	0,81	0,61	0,23	0,84
2,0	2,50	0,54	0,22	0,13	0,76	0,54	0,24	0,78
2,6	3,25	0,37	0,22	0,18	0,59	0,37	0,20	0,57
3,0	3,75	0,27	0,21	0,20	0,48	0,27	0,15	0,43
4,0	5,00	0,12	0,14	0,18	0,26	0,12	0,06	0,18
5,0	6,25	0,05	0,08	0,12	0,12	0,05	0,02	0,06
6,0	7,50	0,02	0,04	0,07	0,05	0,02	0,00	0,02

No plano de amostragem dupla do exemplo, o número de itens inspecionados de um lote será igual a 125 ou 250, dependendo do lote vir a ser aceito ou rejeitado já na primeira amostra, ou vir a ser necessária a segunda amostra. A probabilidade de ter que inspecionar a segunda amostra é $P(d_1 = 3 \text{ ou } 4)$. Logo, o tamanho médio das amostras, TMA, com amostragem dupla será igual a $125 + 125 \times P(d_1 = 3 \text{ ou } 4)$. A Tabela 7 apresenta o TMA para diferentes valores de p , e a Figura 8 apresenta a curva de TMA versus p .

Pela Figura 8, na amostragem dupla o TMA não ultrapassa 180 itens, sendo 20 unidades menor que o tamanho das amostras adotado no plano de amostragem simples equivalente.

$$\text{TMA} = 125 + 125 \times \Pr[d_1 = 3 \text{ ou } 4].$$

Tabela .7: Tamanho Médio das Amostras na Amostragem Dupla

P(%)	TMA	P(%)	TMA	P(%)	TMA
0,5	128,1	2	168,8	5	149,8
1	140,2	2,6	175,9	6	138,3
1,4	153,0	3	175,7	7	131,4
1,8	164,4	4	164,7	8	127,8

$$TMA=125 + 125 \times \Pr[d_1 = 3 \text{ ou } 4].$$

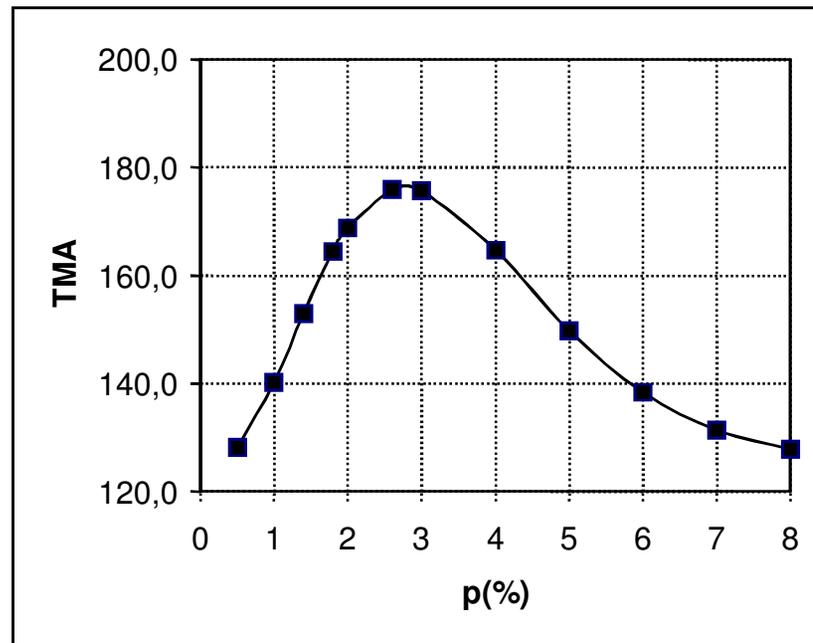


Figura .8: Curva do Tamanho Médio das Amostras na Amostragem Dupla ($n_1=n_2=125$, $Ac_1=2$, $Re_1=5$, $Ac_2=6$)

6. Plano de amostragem da norma brasileira NBR 5426

Na prática adotam-se os planos da norma brasileira NBR 5426 (ABNT, 1985) baseada na norma militar americana MIL STD 105D, desenvolvida durante a Segunda Guerra Mundial.

As Tabelas F reproduzem os planos de amostragem da Norma NBR 5426 que serão estudados a seguir.

- Os planos são tabelados em função do tamanho dos lotes e do NQA. O usuário precisa definir também o **nível de inspeção** (relação entre o tamanho do lote e o tamanho da amostra).
- A norma prevê 3 níveis de inspeção: I, II e III. Em geral, adota-se o II. O I deve ser adotado quando deseja-se diminuir n (β aumenta) e o III deve ser adotado quando for necessário reduzir β (n aumenta). Há 4 níveis especiais, S1, S2, S3, S4, para os casos em que n deve ser muito pequeno (ensaios destrutivos). Nesses casos os riscos de amostragem são grandes.

- A norma prevê planos de amostragem simples, dupla e múltipla. Os planos de amostragem dupla são similares aos da Figura 7.
- Para facilitar o uso da norma, as amostras são codificadas em função do tamanho do lote e do nível de inspeção. Ver Tabela F1.

Exemplo: Para $m = 5000$ e $NQA = 1\%$, a Tabela F1 fornece para o nível II o código da amostra L (a Tabela 8 reproduz parte da Tabela F1).

Tabela 8 Codificação de Amostragem (Reprodução Parcial)

Tamanho do Lote	Níveis Especiais de Inspeção				Níveis Gerais de Inspeção		
	S1	S2	S3	S4	I	II	III
3201--10000	C	D	F	G	J	L	M

- Com o código de amostra L e NQA = 1,0 (em %), obtém-se da Tabela F2 o plano de amostragem simples, inspeção normal, com $n = 200$ e $A_c = 5$ (para NQA = 1,0% entra-se na tabela da norma com o valor 1,0 e não com 0,01). Parte da Tabela F2 é reproduzida na Tabela 9.

Tabela 9. Plano de Amostragem **Simples - Inspeção Normal**

Cod. Amostra	Tam. Amostra	NQA		
		0,65	1,0 Ac Re	1,5
K				
L	200		5 6	
M				

- Na Tabela F5 (em parte reproduzida na Tabela 12) temos o plano de amostragem dupla , inspeção normal, com $n_1 = n_2 = 125$, $A_{c1} = 2$, $R_{e1} = 5$ e $A_{c2} = 6$.

Tabela 12. Plano de Amostragem **Dupla - Inspeção Normal**

Cod. Amostra	Tam. Amostra	NQA		
		0,65	1,0 Ac Re	1,5
K				
L	125 125		2 5 6 7	
M				

- A norma prevê a utilização de dois modos de inspeção, **atenuado** e **severo**. Pode-se substituir a inspeção normal pela atenuada, com a diminuição de n, quando, por exemplo, 10 lotes consecutivos são aceitos). Para $m = 5000$ e $NQA = 1\%$, código L, comparar o plano de amostragem simples, inspeção normal (Tabela F2, ver Tabela 9) com o plano de amostragem simples, inspeção atenuada, fornecido pela Tabela F4 (ver Tabela 11).

Tabela 11. Plano de Amostragem **Simples - Inspeção Atenuada**

Cod. Amostra	Tam. Amostra	NQA		
		0,65	1,0 Ac Re	1,5
K				
L	80		2 5	
M				

- Pode-se substituir a inspeção normal pela severa, com a diminuição do número de aceitação quando, por exemplo, 2 em 5 lotes consecutivos são rejeitados. Comparar o plano de amostragem simples, inspeção normal (Tabela F2, ver Tabela 9) com o plano de amostragem simples, inspeção severa, fornecido pela Tabela F3 (ver Tabela 10).

Tabela 10. Plano de Amostragem **Simples** - **Inspeção Severa**

Cod. Amostra	Tam. Amostra	NQA		
		0,65	1,0 Ac Re	1,5
K				
L	200		3 4	
M				

- Na Figura 9 estão as condições gerais para a comutação entre os três modos de inspeção: normal, atenuada e severa. Notar que na inspeção atenuada, se o número d de defeituosos na amostra for maior que A_c e menor do que R_e , o lote deve ser aceito, porém para a análise dos lotes subsequentes deve-se retornar à inspeção normal.
- Em certas situações deseja-se contar o número de defeitos do item. Os planos da norma NBR 5426 podem ainda ser utilizados: basta fazer NQA igual ao número máximo de defeitos por 100 unidades (DCU – Defeitos por Centena de Unidades) que pode ser considerado como média do processo.

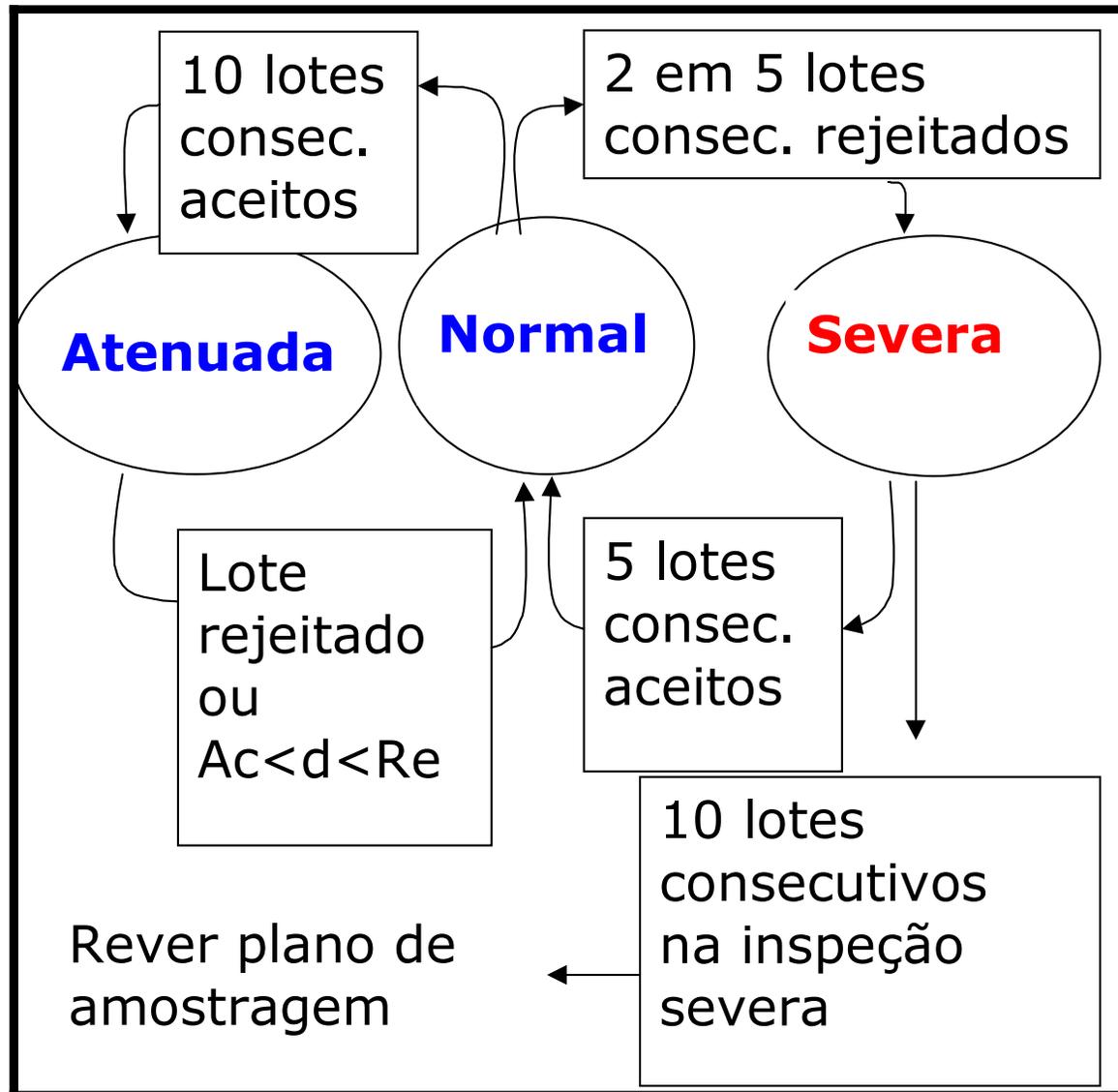


Figura 9. Regras gerais para comutação entre os modos de Inspeção