

Avaliação de Sistemas de Medição

Avaliação de Sistemas de Medição

Monitoramento de um processo: medição de uma característica da qualidade X por meio de um **sistema de medição**.

Sistema de medição ideal: produz somente resultados corretos, ou seja, que coincidem com o valor real da grandeza medida.

Prática: produz resultados com erros. Se medirmos a característica X de uma peça várias vezes, teremos uma dispersão de valores em torno de um ponto central.

Cada valor medido de X traz embutido um erro de medição, de modo que a **variabilidade total** observada nos valores medidos de X pode ser dividida em duas partes: **Variabilidade real de X** (inerente ao processo produtivo; causas aleatórias) e **Variabilidade inerente à medição**.

Avaliação de Sistemas de Medição

Se o erro de medição for independente do valor verdadeiro de X temos:

$$\sigma^2_{\text{total}} = \sigma^2_{\text{processo}} + \sigma^2_{\text{med}}$$

onde

σ^2_{total} é a variância total observada,

$\sigma^2_{\text{processo}}$ é a variância de X e,

σ^2_{med} é a variância do erro de medição.

As variâncias que podem ser estimadas diretamente são:

$$\sigma^2_{\text{total}} \text{ e } \sigma^2_{\text{med}} .$$

Avaliação de Sistemas de Medição

Vamos tratar da natureza, causas e componentes do erro de medição, além da estimação desses componentes. Se eles não forem suficientemente pequenos, o sistema de medição não é adequado para o controle do processo, necessitando ser revisto.

1. Características de um sistema de medição

Erro de medição: diferença entre o resultado da medição e o verdadeiro valor de X.

Erro de medição = Erro sistemático + Erro aleatório

Erro sistemático: diferença entre o valor médio resultante de várias medições sob as mesmas condições e o verdadeiro valor de X.

Erro Aleatório: diferença entre o resultado da medição e o valor médio.

Avaliação de Sistemas de Medição

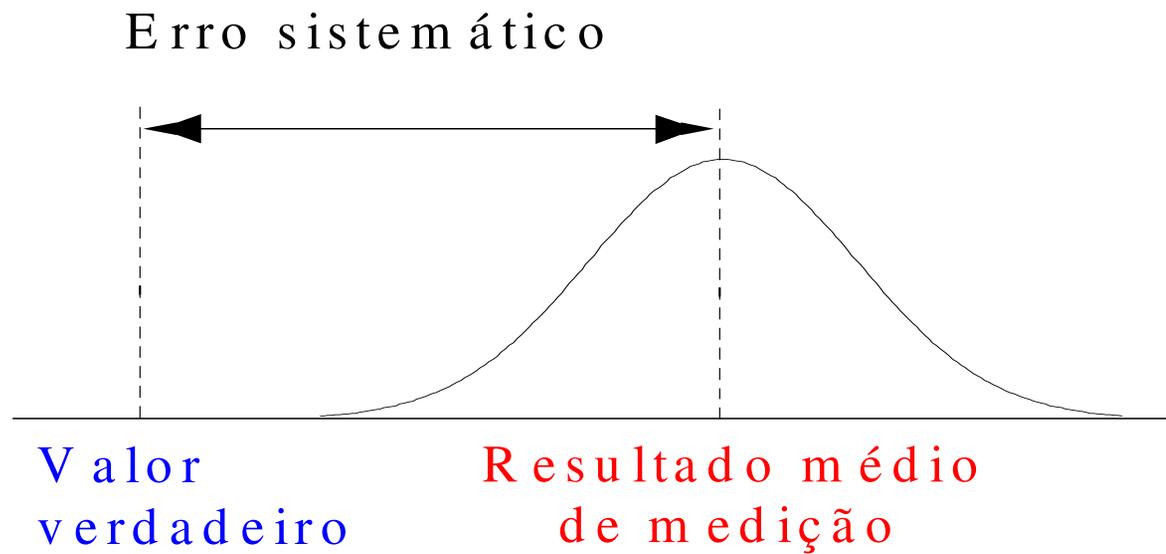


Figura 1: Distribuição do erro de um sistema de medição

Avaliação de Sistemas de Medição

O erro sistemático de um instrumento pode ser conhecido através de procedimentos de calibração que consistem em comparar o valor médio indicado pelo instrumento com o valor verdadeiro (convencional) para a grandeza, obtido através de um **padrão de referência**.

Conhecida uma boa estimativa do erro sistemático, ele pode ser eliminado por meio de um ajuste do aparelho ou compensado por uma correção nos valores do instrumento.

Assim, na avaliação da adequabilidade dos sistemas de medição devemos nos preocupar com a parcela aleatória do erro de medição (σ_{med}^2) já que esta parcela não pode ser corrigida.

A Figura 2 ilustra a relação entre o erro sistemático e o aleatório.

Avaliação de Sistemas de Medição

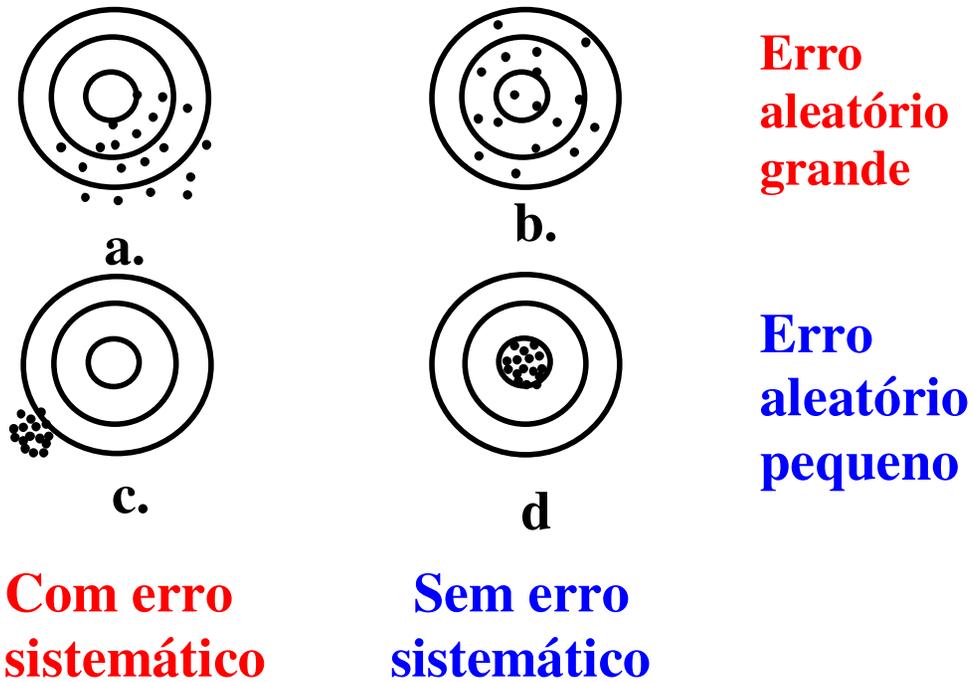


Figura 2: Relação entre erro aleatório e erro sistemático

Avaliação de Sistemas de Medição

Instrumento exato: não possui erro sistemático.

Instrumento preciso: erro aleatório pequeno.

Fatores que diferenciam os sistemas de medição:

- detalhes construtivos e de projeto;
- desgaste decorrente do uso;
- modo de operação;
- condições ambientais;
- calibração.

Para avaliar um instrumento de medição devemos estimar os erros sistemáticos e aleatórios.

Avaliação de Sistemas de Medição

A avaliação do erro sistemático é feita através da comparação do resultado da medição obtido pelo instrumento com o valor de referência para a medida, obtida por um padrão.

O padrão de referência utilizado em cada local é aquele de maior qualidade metrológica disponível no local. Seus resultados são **rastreáveis** a um padrão de referência nacional ou internacional para aquela grandeza.

Rastreabilidade: propriedade de um resultado de medição ou valor de um padrão estar relacionado a referências estabelecidas, geralmente padrões nacionais ou internacionais, por meio de uma cadeia de operações, segundo uma hierarquia metrológica, como mostra a Figura 3. A rastreabilidade é garantida pela calibração.

A determinação do erro sistemático faz parte do procedimento de calibração e ajuste do instrumento.

Avaliação de Sistemas de Medição

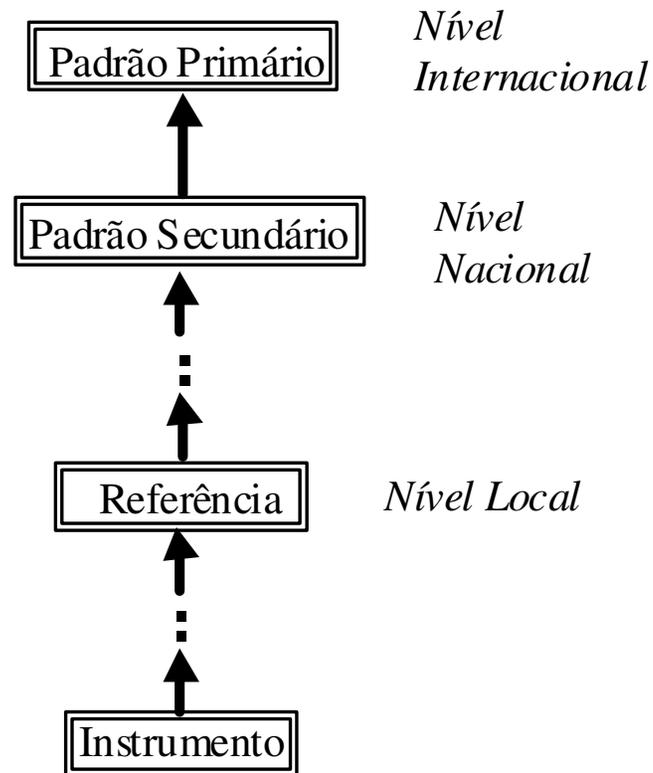


Figura 3. Cadeia de Rastreabilidade Metrológica

Avaliação de Sistemas de Medição

2. Avaliação do erro sistemático do sistema de medição

Erro sistemático: média das diferenças entre o valor de referência (x) e o valor medido repetidas vezes (x_i) sob as mesmas condições.

Diferença média é dada por:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - x)}{k}$$

Definindo $d_i = x_i - x$, podemos calcular o desvio padrão amostral

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (d_i - \bar{d})^2}{k - 1}}$$

Avaliação de Sistemas de Medição

Um intervalo de confiança para o erro sistemático construído com $(1-\alpha)100\%$ de confiança é dado por

$$\bar{d} - t_{\frac{\alpha}{2}, k-1} S_d / \sqrt{k} \leq \text{erro sistemático} \leq \bar{d} + t_{\frac{\alpha}{2}, k-1} S_d / \sqrt{k}$$

onde $k-1$ é o número de graus de liberdade da distribuição t -Student . Se o intervalo de confiança incluir o valor zero, então, a um nível de significância α , não temos evidência para afirmar que o erro sistemático é diferente de zero. Caso contrário, se o intervalo não contiver o valor zero, o erro sistemático é estimado por \bar{d} .

O erro sistemático pode ser expresso como uma porcentagem da variabilidade total:

$$\% \text{ Erro sistemático} = \frac{|\bar{d}|}{\hat{\sigma}_{\text{total}}} 100 < 10\%.$$

Avaliação de Sistemas de Medição

3. Estudo de repetitividade e reprodutibilidade de sistemas de medição

Já vimos que

$$\sigma^2_{\text{total}} = \sigma^2_{\text{processo}} + \sigma^2_{\text{med}}$$

Agora,

$$\sigma^2_{\text{med}} = \sigma^2_{\text{repe}} + \sigma^2_{\text{repro}}$$

Para entender o que representam as variâncias σ^2_{repe} e σ^2_{repro} temos de entender os conceitos de **repetitividade** e de **reprodutibilidade**.

Repetitividade: grau de concordância entre resultados de medições sucessivas de um mesmo mensurando sob as mesmas condições. Essas condições, denominadas **condições de repetitividade** incluem:

Avaliação de Sistemas de Medição

- mesmo procedimento de medição;
- mesmo observador;
- mesmo instrumento de medição, usado nas mesmas condições;
- mesmo local;
- repetição em curto período de tempo.

Reprodutibilidade: grau de concordância entre os resultados das medições de um mesmo mensurando efetuadas sob condições **variadas** de medição, variando, por exemplo, o operador. Para avaliar um instrumento de medição devemos estimar os erros sistemáticos e aleatórios.

Repetitividade e reprodutibilidade são conceitos que se referem a propriedades e podem ser expressos em termos de σ^2_{repe} e σ^2_{repro} .

Avaliação de Sistemas de Medição

σ^2_{repe} : variância dos resultados de medições sucessivas de um mesmo mensurando sob as mesmas condições.

σ^2_{repro} : variância dos resultados de medições de um mesmo mensurando efetuadas sob condições variadas de medição.

Quanto menores σ^2_{repe} e σ^2_{repro} , maiores, respectivamente, serão a **repetitividade** e a **reprodutibilidade** dos resultados das medições.

Usa-se, também, quantificar a repetitividade por $6\hat{\sigma}_{\text{repe}}$, onde $\hat{\sigma}_{\text{repe}}$ é a estimativa de σ_{repe} e a reprodutibilidade por $6\hat{\sigma}_{\text{repro}}$, onde $\hat{\sigma}_{\text{repro}}$ é a estimativa de σ_{repro} (largura da faixa que contém 99,73% dos resultados).

Veremos, agora, como estimar σ_{repe} e σ_{repro} . O procedimento que vamos estudar é o mais simples, mais usual na indústria e satisfatório para a maioria dos objetivos em CEQ.

Avaliação de Sistemas de Medição

Estima-se σ_{repe} por meio de medições sucessivas da mesma grandeza, realizadas por um mesmo operador, usando o mesmo instrumento e o mesmo procedimento, num mesmo local, sob as mesmas condições e em curto período de tempo. A sequência de medições deve ser aleatorizada, de maneira que o operador não saiba quando está medindo a mesma peça, e para evitar qualquer outro efeito ligado à sequência de medição.

Para cada conjunto de r medidas de uma mesma peça, calcula-se a amplitude; em seguida, calcula-se \bar{R} , a média das amplitudes, e estima-se σ_{repe} por

$$\hat{\sigma}_{\text{repe}} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

onde o tamanho da amostra para a obtenção de d_2 é o número r de medições em cada um dos k conjuntos de medidas. Em geral, $r = 2$ e, então $d_2 = 1,128$.

Avaliação de Sistemas de Medição

σ_{repro} quantifica a variabilidade dos dados quando o instrumento é utilizado sob diferentes condições de medição (diferentes operadores e/ou diferentes procedimentos e/ou locais e/ou condições ambientais etc.). Nos ensaios mais simples, considera-se que a influência do operador seja muito maior que a dos demais fatores, e então estima-se σ_{repro} simplesmente a partir da dispersão dos resultados médios obtidos por diferentes operadores para a mesma grandeza e sob as mesmas condições de operação. A Figura 4 ilustra o conceito: σ_{repro} é o desvio padrão da população de médias ($\mu_A, \mu_B, \mu_C, \mu_D, \dots$). Ele é estimado a partir de uma amostra finita dessa população, por exemplo pelas médias observadas dos resultados de três operadores ($\bar{x}_A, \bar{x}_B, \bar{x}_C, \dots$).

Observar que, se os resultados médios obtidos pelos operadores diferem, temos que o instrumento é sensível a diferenças de leitura ou de operação de operador para operador. Com instrumentos automatizados (sem operador) σ_{repro} é desprezível e $\sigma_{\text{med}} = \sigma_{\text{repe}}$.

Avaliação de Sistemas de Medição

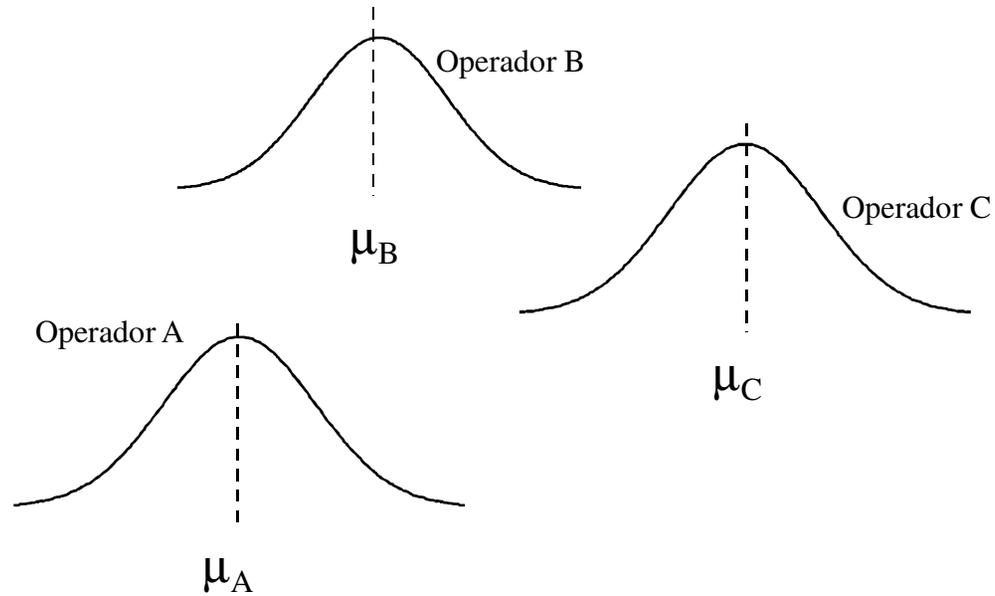


Figura 4: Ilustrando o conceito de reprodutibilidade de um sistema de medição

Avaliação de Sistemas de Medição

A expressão para a estimativa de σ_{repro} sugerida pela norma QS9000 (CHRYSLER, FORD, GENERAL MOTORS, 1994) é:

$$\sigma_{\text{repro}} = \sqrt{\left(\frac{R_{\bar{x}}}{d_2}\right)^2 - \frac{(\sigma_{\text{repe}})^2}{nr}}$$

onde

$$R_{\bar{x}} = \bar{x}_{\text{max}} - \bar{x}_{\text{min}}$$

Sendo

\bar{x}_{max} e \bar{x}_{min} , respectivamente, o máximo e o mínimo valores dos resultados médios obtidos pelos diferentes operadores;

r , o número de vezes que cada item é medido por cada operador;

n , número de itens medidos.

Avaliação de Sistemas de Medição

d_2 é obtido para um tamanho de amostra igual ao número de operadores.

Observar que os valores de \bar{x} não serão iguais aos das médias μ_A , μ_B , μ_C , pois a variância de \bar{x} é a soma de duas variâncias:

i) a variância das médias teóricas dos resultados dos diferentes operadores, que queremos estimar;

ii) a variância da média amostral de cada operador em torno de seu valor teórico, estimada por $\hat{\sigma}_{repe}^2 / nr$.

Daí vem a expressão de $\hat{\sigma}_{repe}$.

Como há mais de um operador, temos $\hat{\sigma}_{repe}^2 = \bar{R}/d_2$.

Pode acontecer de $\hat{\sigma}_{repe}$ ser negativo. Nesse caso, assume-se que é zero.

Avaliação de Sistemas de Medição

Assim,

$$\hat{\sigma}_{med} = \sqrt{\hat{\sigma}_{repe}^2 + \hat{\sigma}_{repro}^2}$$

e a estimativa da capacidade do sistema de medição pode ser quantificada pelo índice R&R, dado por:

$$R \& R = 6\hat{\sigma}_{med} = 6\sqrt{\hat{\sigma}_{repe}^2 + \hat{\sigma}_{repro}^2}$$

Exemplo: Deseja-se estimar a repetitividade e a reprodutibilidade de um micrômetro com leitura milesimal. Dez peças são selecionadas ao acaso. Três operadores igualmente treinados medem duas vezes cada peça. A sequência de medidas é aleatorizada. Os resultados são mostrados a seguir.

Avaliação de Sistemas de Medição

Peças	Operador 1		Operador 2		Operador 3	
	Medidas		Medidas		Medidas	
	1	2	1	2	1	2
1	19,982	19,981	19,981	19,981	19,981	19,976
2	19,994	19,993	20,001	19,997	19,996	19,996
3	20,223	20,221	20,219	20,221	20,223	20,222
4	20,226	20,226	20,222	20,226	20,223	20,224
5	20,025	19,994	20,035	20,033	20,028	20,025
6	20,234	20,233	20,234	20,234	20,233	20,227
7	20,043	20,043	20,054	20,051	20,037	20,035
8	20,050	20,049	20,052	20,051	20,032	20,032
9	20,015	20,017	20,018	20,017	19,985	19,979
10	19,980	19,980	19,980	19,980	19,994	19,980

Tabela 1: Dados para estudo de R&R.

Avaliação de Sistemas de Medição

Peças	Operador 1		Operador 2		Operador 3	
	\bar{x}	R	\bar{x}	R	\bar{x}	R
1	19,982	0,001	19,981	0	19,979	0,005
2	19,994	0,001	19,999	0,004	19,996	0
3	20,222	0,002	20,220	0,002	20,223	0,001
4	20,226	0	20,224	0,004	20,224	0,001
5	20,010	0,031	20,034	0,002	20,027	0,003
6	20,234	0,001	20,234	0	20,230	0,006
7	20,043	0	20,053	0,003	20,036	0,002
8	20,050	0,001	20,052	0,001	20,032	0
9	20,016	0,002	20,018	0,001	19,982	0,006
10	19,980	0	19,980	0	19,987	0,014
	$\bar{\bar{x}}_1 = 20,07545$	$\bar{R}_1 = 0,0039$	$\bar{\bar{x}}_2 = 20,07935$	$\bar{R}_2 = 0,0017$	$\bar{\bar{x}}_3 = 20,07140$	$\bar{R}_3 = 0,0038$

Tabela 1: Médias e amplitudes.

$$\bar{\bar{R}} = \frac{0,0039 + 0,0017 + 0,0038}{3} = 0,00313$$

$$\hat{\sigma}_{\text{repe}} = \frac{0,00313}{1,128} = 0,00278$$

Avaliação de Sistemas de Medição

Peças	Operador 1		Operador 2		Operador 3	
	\bar{x}	R	\bar{x}	R	\bar{x}	R
1	19,982	0,001	19,981	0	19,979	0,005
2	19,994	0,001	19,999	0,004	19,996	0
3	20,222	0,002	20,220	0,002	20,223	0,001
4	20,226	0	20,224	0,004	20,224	0,001
5	20,010	0,031	20,034	0,002	20,027	0,003
6	20,234	0,001	20,234	0	20,230	0,006
7	20,043	0	20,053	0,003	20,036	0,002
8	20,050	0,001	20,052	0,001	20,032	0
9	20,016	0,002	20,018	0,001	19,982	0,006
10	19,980	0	19,980	0	19,987	0,014
	$\bar{\bar{x}}_1 = 20,07545$	$\bar{R}_1 = 0,0039$	$\bar{\bar{x}}_2 = 20,07935$	$\bar{R}_2 = 0,0017$	$\bar{\bar{x}}_3 = 20,07140$	$\bar{R}_3 = 0,0038$

Tabela 1: Médias e amplitudes.

$$R_{\bar{\bar{x}}} = 20,07935 - 20,0714 = 0,0079 \quad \hat{\sigma}_{\text{repro}} = \sqrt{\left(\frac{0,0079}{1,693}\right)^2 - \frac{(0,00278)^2}{20}} = 0,0046$$

Avaliação de Sistemas de Medição

3.1. Adequabilidade do sistema de medição

Para avaliar se um sistema é adequado compara-se sua capacidade, expressa por R&R, com a variabilidade do processo, ou seja:

$$\%R \& R = \frac{R \& R}{6\hat{\sigma}_{total}} 100$$
$$\hat{\sigma}_{total} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^o \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^r (X_{ijk} - \bar{\bar{X}})^2}{onr-1}}$$

onde

o é o número de operadores, n é o número de peças, r é o número de medidas em cada peça por cada operador e $\bar{\bar{X}}$ três barras é a média global das onr medidas.

A variabilidade do processo é estimada pelo desvio padrão amostral.

Avaliação de Sistemas de Medição

3.1. Adequabilidade do sistema de medição

A adequabilidade do sistema de medição é classificada de acordo com %R&R da maneira indicada na Tabela 2.

% R&R	Classificação
$\%R\&R \leq 10\%$	adequado
$10 < \%R\&R \leq 30$	pode ser adequado dependendo da importância da aplicação, custo do instrumento, custo de manutenção, etc.
$\%R\&R > 30$	inadequado. Sistema de medição necessita melhorias

Tabela 2. Classificação de Sistema de Medição Quanto à % R&R

Avaliação de Sistemas de Medição

Deve-se observar que o levantamento de R&R de um instrumento não identifica causas para a baixa repetitividade e reprodutibilidade que, eventualmente, possam ocorrer.

Quando a repetitividade é baixa comparada à reprodutibilidade, levanta-se a suspeita de problemas relacionados à manutenção do instrumento.

Quando a reprodutibilidade é baixa comparada à repetitividade, recomenda-se o treinamento dos operadores.

A norma QS 9000 recomenda que o experimento seja feito da seguinte forma:

- amostra de tamanho $n = 10$; cada operador mede duas vezes a mesma peça;
- três operadores medem as mesmas peças.