

# MAT146 - Cálculo I - FEA, Economia - 2012

## 2ª Lista de Exercícios

1. (1 ponto) Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função.
  - a) Assumindo que  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2} = 1$ , calcule  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x}$ .
  - b) Assumindo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$ , calcule  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .
2. (3 pontos)
  - a) Prove rigorosamente que  $\lim_{x \rightarrow a} x = a$ .
  - b) Prove rigorosamente que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} f(a + h)$ .
  - c) Vimos (ou veremos) em aula que as funções seno e cosseno são contínuas em 0. Use as fórmulas de adição para  $\sin(x + h)$  e  $\cos(x + h)$  para provar que estas funções são contínuas em qualquer número real  $x$ .
3. (5 pontos) Calcule os seguintes limites, caso existam. Explique que regras do limite estão sendo usadas. Se o limite não existir, que problema ocorre?
  - a)  $\lim_{x \rightarrow -0,02} \frac{x}{|x|}$
  - b)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x^2 + 16} - 5}{x^2 + 3x}$
  - c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^2}}{x}$
  - d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^4 + x^2}}{x}$
  - e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$
  - f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x - 1} - \frac{3}{1 - x^3}$
  - g)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$
  - h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin^3 x)(\sin \frac{1}{x})}{x^2}$
  - i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^2}$
  - j)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin \frac{1}{x})}{x}$
4. (1 ponto) Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $|f(x)| \leq 2|x|$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ . Calcule  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^3)}{x}$ .